

Carla Maria Pereira Davide Gaspar dos Anjos

Mestrado em Ensino da Matemática – 2º ciclo

**Modelos e Materiais de Ensino
da Matemática Moderna em Portugal (1950-1965)**

FCT – UNL

2008

Carla Maria Pereira Davide Gaspar dos Anjos

**Modelos e Materiais de Ensino
da Matemática Moderna em Portugal (1950- 1965)**

Dissertação apresentada para a obtenção de grau de
Mestre em Ensino da Matemática, pela Universidade
Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia,
sob a orientação do Professor Doutor José Manuel
Matos.

Lisboa

2008

Ao meu Pai, que me ensinou a acreditar em mim

E a voar... para descobrir novos horizontes.

Como ele dizia, por morrer uma andorinha não acaba a Primavera

AGRADECIMENTOS

Este espaço é dedicado a todos aqueles que contribuíram para que esta dissertação fosse possível. A todos eles o meu sincero agradecimento. Em primeiro lugar, agradeço ao Doutor José Manuel Matos e ao Doutor António Domingos pela forma como orientaram o meu trabalho. Para além da utilidade, da pertinência e do rigor das notas dominantes da sua orientação, estou essencialmente grata pela compreensão, pela simpatia, pela disponibilidade, pela motivação que me souberam transmitir e pela companhia agradável que foram ao longo de todo este percurso.

Agradeço também a todos os professores do meu percurso universitário, incluindo a parte curricular do mestrado, que de uma forma ou de outra me estimularam o gosto pela Matemática e me incentivaram a investigar nesta área, relacionando-a com áreas a ela associadas.

Um agradecimento especial para o Doutor António Augusto Lopes, para a Doutora Fernanda Estrada e para o Professor Luís Gonzaga, pois sem o seu apoio e compreensão esta dissertação não teria sido possível. Quero ainda agradecer a todos os colegas de trabalho e amigos pessoais, não especificando nenhum em particular, porque todos eles sempre me apoiaram para a conclusão deste trabalho.

Agradeço ainda aos funcionários das muitas bibliotecas que fui consultando pela disponibilidade e simpatia com que sempre me receberam.

Por último, mas certamente não menos importante, agradeço ao triângulo especial da minha vida: à minha filha, pelo tempo que lhe roubei, ao meu marido, pelo apoio incondicional e constante, à minha mãe, que é o meu farol, que me guia e incentiva sempre a fazer mais e melhor, e finalmente ao meu pai que foi sempre o meu pilar e a minha orientação e que infelizmente já não está entre nós. Obrigada a todos por estarem sempre presentes e encherem o meu coração, sendo esse um requisito importante para uma mente produtiva e preferencialmente criativa.



Este artigo tem por base um estudo enquadrado no uso de materiais/modelos de ensino da Matemática na década de 60, aquando da implementação do Movimento Matemática Moderna, em Portugal.

Para atingir este objectivo definimos três questões:

- 1) Já havia interesse no uso destes novos métodos de ensino, e consequentemente no uso de materiais diversos que levassem a uma melhor aprendizagem por parte dos alunos, antes da década de 60?
- 2) De que modo os professores aplicaram e usaram estes métodos/materiais na sua prática docente? E que formação tiveram?
- 3) Quais os métodos e materiais que os professores utilizavam nas suas aulas?

O foco central deste trabalho parte da análise de dois artigos escritos na revista Labor, o primeiro em 1952 e o segundo em 1960, pelo professor António Augusto Lopes¹ sobre o uso de materiais no 1º ciclo e o Laboratório de Matemática. Toda a pesquisa deste trabalho focou-se na interpretação de material fornecido pelo professor Lopes (manuscritos, relatórios, livros e fotografias, documentos do Ministério da Educação Nacional), bem como por reflexões e comentários do próprio, registadas na forma de entrevista,² sobre o que foi o Movimento Matemática Moderna ao nível da prática docente, com recurso a novas metodologias e materiais de ensino.

O período que irá ser analisado em termos cronológicos será de 1957 a 1965, isto porque é um período experimental e de mudança. A reunião de 57 da CIEAEM em Madrid é o marco histórico que irá despoletar o interesse da Comissão e de Augusto Lopes para a aplicação dos novos materiais/modelos. Apesar de só em 1965 serem criadas as primeiras turmas piloto para aplicação das metodologias e dos novos materiais/modelos preconizadas pelo MMM.

Palavras-Chave:

MMM - Movimento Matemática Moderna, Métodos e materiais de ensino, CIEAEM.

¹ António Augusto Lopes (1917-), professor metodólogo de Matemática no Liceu D. Manuel II do Porto, e elemento da Comissão Técnica de Cooperação Económica Externa, acerca da renovação do ensino da Matemática

² Foram realizadas duas entrevistas, a primeira em Dezembro de 2007 e a segunda em Março de 2008.

ABSTRACT

This article is based on a study concerning the use of Mathematics teaching materials/models in the decade of 1960, when the Modern Mathematical Movement was implemented in Portugal.

To reach this aim we define three questions:

- 1) Has there already an interest in the use of these new teaching methods, and consequently, in the use of diverse materials that led to better pupil learning, before 1960?
- 2) How have the teachers applied and used these methods/materials in their teaching practice? And what type of training did they have?
- 3) Which methods and materials were used by the teachers in their classes?

The central focus of the present work starts with the analysis of an article written in Labor magazine, in 1960, by Professor António Augusto Lopes, about the use of materials in key stage 1 and Mathematics Laboratory. All research of this work is focused on interpretation of the material supplied by professor Lopes, as well as on the reflections and comments on the meaning of the Movement Modern Mathematics in teaching practice, using new teaching methodologies and materials.

The period between 1957 and 1965 will be chronologically analyzed because it represents an experimental and changing period, since the first pilot-classes for the application of the methodologies recommended by MMM were only created after 1965.

Keywords:

MMM - Modern Mathematical Movement

Capítulo 1 - Introdução

O objecto de estudo do presente trabalho visa a análise dos diferentes modelos de ensino (prática pedagógica) associados ao uso de materiais na exploração dos conteúdos programáticos durante a década de 60, com o surgimento do Movimento Matemática Moderna em Portugal. Considerado um marco histórico de Educação Matemática e com o propósito de modernizar a matemática escolar e adequá-la às exigências de um mundo cada vez mais complexo, o Movimento Matemática Moderna (MMM), não conseguiu, tanto em Portugal como noutros países, atingir os seus objectivos.

A Matemática é uma disciplina com características muito próprias. Para estudar Matemática é necessária uma atitude especial, assim como para o ensino não basta conhecer, é necessário criar. Com efeito, a Matemática utiliza-se praticamente em todas as áreas: na Economia, na Informática, na Mecânica, na Análise Financeira, entre tantas outras. Porque na nossa sociedade as ciências e as técnicas evoluem de forma vertiginosa, a crescente complexidade dos conceitos teóricos, dado o progresso das tecnologias, cria a necessidade de uma Matemática cada vez mais forte. Onde, a ciência Matemática é ensinada nos nossos dias em quase todo o mundo civilizado. A principal questão que se levanta é: Como ensinar a Matemática? E o problema é o mesmo de sempre: Como motivar o aluno? Como ensiná-lo a pensar? Como torná-lo autónomo?

A Matemática é, sem dúvida, a ciência que melhor permite analisar o trabalho da mente e desenvolver um raciocínio aplicável ao estudo de qualquer assunto ou temática. Contudo, talvez porque foram criados hábitos mentais de que dificilmente nos conseguimos libertar, muitas são as dificuldades que os jovens encontram no seu estudo. Pensamos que as principais dificuldades se devem ao facto de no 1º ciclo não ser devidamente explicada a relação entre os conteúdos temáticos e a realidade das crianças.

De igual modo, todas estas noções aparecem como se sempre tivessem existido no pensamento humano, originando-se não se sabe como, sem que todos se apercebam de que ela foi, e continua a ser, uma constante e inacabada criação do Homem.

São muitos os problemas do mundo antigo que ainda hoje não têm solução e, por isso, constituem fontes incessantes de novos conceitos. Apesar de ter vindo sempre a evoluir, é notório o desenvolvimento da Matemática no século XX.

Acreditamos que ensinar Matemática sem explicitar a origem e as finalidades dos conceitos é contribuir para o insucesso escolar. Sendo um dos objectivos fundamentais da educação criar no aluno competências, hábitos e automatismos úteis, bem como desenvolver capacidades, urge implementar uma moderna educação Matemática, a qual está relacionada com programas e métodos de ensino - o professor deve saber o que está a ensinar, o modo como o faz e o porquê do que ensina.

Ora, o MMM surgiu exactamente por este motivo, uma necessidade por parte de alguns professores de alterar o ensino tradicional da matemática ao nível dos conteúdos/métodos.

Tivemos uma forte influência do MMM que defendia os chamados “métodos activos” para o ensino e que, na maioria das vezes, envolvia o uso de materiais concretos para que os alunos pudessem aprender fazendo. Embora tenha ocorrido por parte de muitos professores uma compreensão restrita para esse método, quando entendiam que a simples manipulação de objectos levaria à compreensão, estudos mostraram a existência da estreita relação entre a experimentação e a reflexão.

Geralmente, a expectativa da utilização de materiais manipuláveis por parte dos professores que actuam no ensino está na esperança de que as dificuldades de ensino possam ser amenizadas pelo suporte da materialidade.

Porém, o interesse dos professores por práticas educativas que privilegiem as interacções sociais, como chamam a atenção Perret-Clermont e Nicolet (1988), é condicionado pela compreensão que têm dos processos subjacentes aos fenómenos de transmissão e apropriação dos conhecimentos, ou seja, aceitar a aprendizagem como uma construção, como partilha de saberes e competências, isto é, a natureza interactiva da aprendizagem.

Quebrar a tradição de que o diálogo na sala de aula é na maior parte das vezes conduzido pelo professor, limitado muitas vezes a um conjunto de perguntas fechadas que esperam respostas concretas e imediatas, obriga a pensar que as propostas feitas aos alunos não podem continuar a ser resolver exercícios rotineiros de aplicação de matéria dada onde o treino está fortemente presente. É o facto de permitirem romper muitos aspectos do contrato didáctico tradicional existente na sala de aula que torna as tarefas facilitadoras de dinâmicas interactivas responsáveis por situações onde se desenvolvem capacidades de argumentar e comunicar e, mais tarde, quando o aluno realiza sozinho as tarefas consegue utilizar as competências adquiridas ao longo do processo interactivo,

como, por exemplo, o questionar-se acerca das suas próprias estratégias ou acerca do processo que o levou até elas. Aspectos fundamentais para detectar respostas incorrectas ou para encontrar alternativas às resoluções descobertas.

Porém, se as propostas de trabalho apresentadas pelo professor são cruciais, o modo como as trabalha com os alunos não é menos importante, não basta oferecer aos alunos experiências interessantes. A mesma tarefa apresentada por dois professores diferentes pode levar a resultados muito distintos. As interacções entre o professor e os alunos e entre os próprios alunos são essenciais no processo de aprendizagem e um indicador do ambiente de aprendizagem que se vive numa sala de aula.

De entre os factores mais apontados para o insucesso do MMM, é o facto de os professores não estarem suficientemente preparados para ensinar de acordo com as metodologias da Matemática Moderna, e isto inclui o uso de materiais pedagógicos adequados a cada conteúdo.

Outra questão que também deve ser considerada refere-se à relação entre a abordagem metodológica através de materiais concretos e o livro didáctico de Matemática.

Vamos então ver a contextualização histórica do aparecimento Movimento Matemática Moderna, bem como os seus objectivos, metodologias e metas a atingir.

Segundo Matos (2004, Proj. A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal - estudos históricos comparativos), *“levantamentos iniciais revelam que as pesquisas sobre o Movimento da Matemática Moderna (MMM), além de escassas, em grande medida, atém-se ao estudo do ideário modernizador (...) não existindo estudos profundos sobre as consequências do movimento e muito menos, da sua recepção nas práticas pedagógicas dos professores de matemática”*.

Considera-se, portanto, fundamental preencher uma lacuna histórica para que sejam edificados referenciais da Educação Matemática, levada a cabo em grande parte da segunda metade do século XX.

O movimento desempenhou um importante papel na *“demolição de certos mitos então prevalecentes na educação matemática. Com toda a inovação radical, sofreu as consequências do exagero, da precipitação e da improvisação. Os desacertos muito naturais e esperados, foram explorados e sensacionalizados e a matemática moderna foi desprestigiada e combatida”*. (D’Ambrósio, 1996, p. 54)

O Movimento da Matemática Moderna e as propostas feitas após o seu refluxo, ainda não foram suficientemente analisados, especialmente do ponto de vista dos impactos decorrentes nas escolas e nas práticas de sala de aula. Analogamente, merecem análise especial, as directrizes veiculadas por documentos oficiais e a sua posterior tradução nos livros didácticos.

O estudo da história da transmissão do saber matemático no período referido, torna-se mais relevante pelo facto de poder constituir uma perspectiva de modernidade cultural - um estudo desta natureza considera a matemática como um produto cultural.

Para a consecução de metas tão amplas é necessário procurar os vestígios deixados por quotidianos escolares passados. Esses vestígios podem ser encontrados compondo um conjunto de produtos de cultura escolar.

Como refere Dominique Julia (2004, cit. por Matos em Proj. A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal - estudos históricos comparativos) a *“cultura escolar não pode ser estudada sem a análise precisa das relações conflituosas ou pacíficas que ela mantém a cada período da sua história, com o conjunto das culturas que lhe são contemporâneas...”*, definindo Cultura escolar como *“um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos”*.

Para além de todos os normativos oficiais que regulam o funcionamento escolar, há uma série de produções dessa cultura: livros didácticos, apontamentos dos alunos, dos professores, diários de classe, exames. Em paralelo, podemos ainda adicionar testemunhos orais de intervenientes dessa época, originando material muito valioso, principalmente, quando comparado com a documentação escolar.

O presente artigo visa dar a conhecer algumas das ideias relativas ao período considerado, apresentando uma curta análise dos Modelos e Materiais de Ensino bem como a origem, as características e as críticas relativas ao Movimento da Matemática Moderna.

A expressão Matemática Moderna refere-se a conteúdos que, do ponto de vista científico, têm mais de cem anos; o qualificativo moderno é, portanto, abusivo; contudo não é inútil – ele denota, e põe em foco, a mudança de atitude intelectual que com origem nos trabalhos de Galois e de Cantor tem sido responsável, na época de 40 a 60, pelo desenvolvimento prodigioso da matemática, não apenas em si mesma mas também

nas suas relações com outras ciências. Não existe uma Matemática Moderna; existe, e só, a Matemática.

A evolução da Matemática e a extensão das suas relações com as outras ciências – conjuntamente responsáveis pelo prodigioso surto de realizações técnicas de toda a ordem – colocam em crise aguda o ensino da Matemática da época.

Existe, por toda a parte, um movimento renovador do ensino da Matemática, desde as escolas infantis até às universidades. Acrescente-se, porém, que a renovação deverá consistir, fundamentalmente, na construção de uma metodologia da aprendizagem da Matemática e não em qualquer mudança radical dos conteúdos dos programas.” Os professores têm de ser os obreiros da nova metodologia; porém, antes de mais, precisam que alguém construa para eles uma teoria científica da aprendizagem da Matemática.

Os objectivos e os processos didácticos devem orientar-se para uma exercitação constante das faculdades da criança, de modo a estimular-lhe a atenção, a vontade e a capacidade de reflexão e análise, levando-a a usar a Matemática como uma linguagem que traduz problemas e conduz às respectivas soluções. Através dessa exercitação, que é basilar para qualquer futura aprendizagem, a criança deve ser levada a estabelecer as relações entre os números e as grandezas e a traduzir pelos símbolos correspondentes os actos de espírito com que nos problemas aparecem ligadas as grandezas e os números, reconhecendo as situações geométricas elementares e suscitar a formação lenta mas consciente de alguns conceitos.

Deste modo se irá desenvolvendo a pouco e pouco o raciocínio e o poder de abstracção e criando hábitos de reflexão e exactidão. O alargamento progressivo da capacidade de uso dos símbolos matemáticos a experiências correspondentes a planos mais elevados da vida social e dos fenómenos da natureza irá desenvolvendo o aluno no emprego da Matemática como linguagem universal da ciência e da vida material.

Interessam principalmente ao objectivo formativo do Ciclo aqueles conhecimentos de relação cuja aprendizagem possa basear-se na actividade dos alunos, isto é, que eles possam adquirir experimental ou intuitivamente, ou ainda os que sejam susceptíveis de verificação prática; outros serão inferidos destes por raciocínios elementares e acessíveis à mentalidade dos alunos. Interessa ainda incutir o gosto pela análise crítica de situações do ponto de vista matemático, evidentemente em grau muito elementar correspondente à sua capacidade e ao nível de desenvolvimento dos alunos do Ciclo.

Na década de 1960 alguns professores começaram nas suas práticas a aplicar as metodologias do Movimento Matemática Moderna, que tal como foi referido anteriormente, se baseava na intervenção do aluno no seu processo de ensino aprendizagem, através do uso de materiais didácticos diversificados construídos, na sua maioria, pelos professores (slides, construções geométricas, etc.).

Tal se pode confirmar nos relatórios de professores da época bem como em actividades complementares de ensino, como é o caso da Telescola, onde se verifica o uso de materiais audiovisuais, tais como os filmes (na época eram muito divulgados os de Nicolet), livros, revistas e jornais.

Pretende-se, então, saber se as directivas dadas nos programas da Matemática Moderna, foram aplicadas pelos professores no que diz respeito ao uso de novas metodologias, bem como do uso de material didáctico na sua prática lectiva. Que materiais eram utilizados na exploração dos conteúdos? De que forma tinham acesso aos materiais? Quais foram os resultados obtidos?

Em suma, o principal objectivo do MMM era dizer aos professores que estes não podem cruzar os braços e ensinar do mesmo modo que os outros ensinaram até então. É perfeitamente possível esquecer exercícios rotineiros e fastidiosos de outros tempos, entregando os seus saberes expectantes de uma nova forma de ensinar, motivadora e desafiante.

1.1 - Objectivos

Investigar, nas décadas de 1960 e 1970, as possíveis relações entre os modelos e materiais usados na prática docente dos professores, remetendo-nos ao caso particular do professor António Lopes, e os modelos e materiais preconizados pelo Movimento Matemática Moderna.

Objectivos específicos:

- a) Identificar as marcas do MMM na prática docente do professor António Lopes no período delimitado;
- b) Depoimentos do professor António Lopes sobre a sua prática no período delimitado;
- c) Descrever os modelos e materiais de ensino que António Lopes aplicou na sua prática docente e com os estagiários;

- d) Analisar os dois artigos escritos por Lopes na revista Labor, o primeiro de 1952 e o segundo de 1960.
- e) Descrever a visão de António Lopes sobre os modelos e os materiais usados nas aulas das décadas de 1960 e 1970.

1.2 - Metodologias

Por se tratar de uma pesquisa de carácter histórico temos como fundamentação teórico-metodológica a prática da história, uma prática vinculada ao ofício do historiador segundo ideias explicitadas por De Certeau (1982) que concebe a história como uma prática cultural. Certeau esclarece que “uma vez por todas, quero precisar que emprego a palavra história no sentido de historiografia. Quer dizer, entendo por história uma prática, o seu resultado e a sua relação.” (Certeau, 1982, p. 109).

Em educação tem sido considerado cada vez mais importante a necessidade de conhecer e explicar, com carácter científico, a natureza dos fenómenos educativos. Neste trabalho procura-se estudar uma entidade bem definida. O uso dos Modelos e Materiais preconizados pelo MMM e a sua aplicação em Portugal.

Como esta pesquisa se refere ao ambiente escolar, destacando especialmente os métodos e materiais de ensino usados na época referida, temos, na verdade, um estudo de culturas escolares que Julia define como: “um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas” (2001, p. 10).

Ao definir o ambiente de estudo como sendo a “cultura escolar” ficam automaticamente estabelecidas as fontes para a pesquisa dos processos históricos da educação nas escolas que se referem aos arquivos do Ministério da Educação e pessoais.

Júlia (2001), ao discutir sobre a cultura escolar como objecto histórico, destaca que o professor é o principal agente na obediência das normas e práticas coordenadas na escola. Portanto, recorreremos ao que a literatura denomina história de vida dos professores, no sentido estabelecido por Godson (1995, p. 70). Ou seja, por um elemento que constitui um “alargamento da nossa base de dados relativamente à investigação educacional”. Com isso, não mais nos limitamos, unicamente, aos textos escritos para escrever o passado.

O objectivo deste trabalho é descobrir em que medida o professor António Augusto Lopes adoptou esses modelos e materiais quer na sua prática docente, quer durante a sua actividade enquanto formador.

Como o foco da pesquisa é um movimento que ocorreu na segunda metade do século XX, é possível ainda contar com fontes orais, como é o caso do presente trabalho, que conta com o relato oral do Professor António Augusto Lopes.

Os depoimentos e entrevistas com os personagens que vivenciaram o MMM são respaldados nos pressupostos metodológicos da História Oral. A História Oral é o registo da história de vida de indivíduos que, ao evocar as suas memórias pessoais, constroem uma visão mais concreta da dinâmica de funcionamento e das várias etapas da trajectória do grupo social ao qual pertencem.

Uma primeira entrevista, realizada no mês de Dezembro de 2007, baseou-se na exploração do artigo da *Labor* escrito por António Lopes (1960). Nesta, o entrevistado deu acesso a material (manuscritos, relatórios, livros, fotografias) que foi trabalhado e com base no qual preparei a segunda entrevista, que se realizou em Março de 2008. Estas duas entrevistas foram áudio gravadas para posterior transcrição. A estratégia principal das entrevistas foi utilizá-las, não como instrumento principal da pesquisa mas sim como uma maneira de esclarecer algumas lacunas deixadas pelas fontes.

Através das fontes históricas e da memória viva de alguns professores da época, procuramos encontrar vestígios da cultura escolar presente no Liceu D. Manuel II para melhor compreender a sua possível relação com o MMM.

Todas estas fontes trazem à tona fragmentos da história que precisam ser interpretados e as relações necessárias serem estabelecidas para que o processo seja reconstruído. Diante disso, recorreremos a Le Goff (1999) que discute a necessidade de transformar os monumentos (factos ocorridos em determinados momentos da história) em documentos que é a interpretação crítica dos monumentos, pois o documento “é um produto da sociedade que o fabricou segundo as relações de força que aí detinham o poder” (Le Goff, 1992, p. 545). Neste estudo recorreu-se ainda à análise de publicações da época.

Capítulo 2 - Contextualização Histórica

“Não entendemos como é que uma nação pode ajuizar das suas potencialidades se não tiver o conhecimento histórico de como o ensino se ministrou nela, no decorrer dos séculos, e dos resultados que se obtiveram.”

R. Carvalho

De acordo com Paulo Abrantes (1994), em *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática*, “Nos princípios do século XX, a Matemática era encarada ainda como “disciplina mental”, perspectiva que não só reflectia concepções antigas como estava de acordo com teorias psicológicas da época segundo as quais aptidões de carácter geral podem ser desenvolvidas em qualquer contexto e daí transferidas para outros contextos (...) O estudo da geometria, em especial, era suposto contribuir para o desenvolvimento de capacidades intelectuais desejáveis naqueles que ocupariam posições de chefia. Esta perspectiva orientava o ensino, então profundamente elitista, dirigido para uma minoria, enquanto a formação matemática para a maioria ou não existia ou limitava-se à aritmética elementar”.

Portanto, antes de 1950 o ensino da Matemática ocupava-se com os cálculos aritméticos, as identidades trigonométricas, com problemas de enunciados grandes e complicados, demonstrações de teoremas de Geometria e resolução de problemas sem utilidade prática, e o modelo de ensino usado era dirigido e controlado pelo professor.

2.1 – Breves considerações sobre a História do Ensino da Matemática

Já no século XVII, este tipo de ensino era questionado. Comenius (1592-1671), considerado o pai da Didáctica, refere na sua obra “Didáctica Magna” (1657) que “ao invés de livros mortos, por que não podemos abrir o livro da natureza? Devemos apresentar a juventude às próprias coisas, ao invés das suas sombras” (Ponce, p. 127).

No século XVIII, Rousseau (1712-1778), ao considerar a Educação como um processo natural do desenvolvimento da criança, ao valorizar o jogo, o trabalho manual, a experiência directa das coisas, seria o precursor de uma nova concepção de escola.

Uma escola que passa a valorizar os aspectos biológicos e psicológicos do aluno em desenvolvimento: o sentimento, o interesse, a espontaneidade, a criatividade e o

processo de aprendizagem, às vezes priorizando estes aspectos em detrimento da aprendizagem dos conteúdos.

É no bojo desta nova concepção de educação e de homem que surgem, primeiramente, as propostas de Pestalozzi (1746-1827). Estes foram os pioneiros na configuração da “escola activa”. Pestalozzi acreditava que uma educação seria verdadeiramente educativa se proviesse da actividade dos jovens. Fundou um internato onde o currículo adoptado dava ênfase a actividades dos alunos, tais como canto, desenho, modelagem, jogos, excursões ao ar livre, manipulação de objectos, onde as descrições deveriam preceder as definições; o conceito nascendo da experiência directa e das operações sobre as coisas (Castelnuovo, p. 17-18).

Posteriormente, Montessori (1870-1952) e Decroly (1871-1932), inspirados em Pestalozzi, iriam desenvolver uma didáctica especial (activa) para a matemática.

A médica e educadora italiana Maria Montessori, após experiências com crianças excepcionais, desenvolveria, no início do século XX, vários materiais manipulativos destinados à aprendizagem da matemática. Estes materiais, com forte apelo à “percepção visual e táctil”, foram posteriormente estendidos para o ensino de classes normais. Maria Montessori acreditava não haver aprendizagem sem acção: *“Nada deve ser dado à criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstracção”* (Azevedo, p. 27).

Entre os seus materiais mais conhecidos destacamos “material dourado”, os “triângulos construtores”, “material de equivalência” e os “cubos para composição e decomposição de binómios, trinómios”.

Decroly, no entanto, não põe na mão da criança materiais para que ela construa, mas sugere como ponto de partida fenómenos naturais (como o crescimento de uma planta ou a quantidade de chuva recolhida num determinado tempo para, por exemplo, introduzir medições e contagem). Ou seja, parte da observação global do fenómeno para, por análise, decompô-lo.

Castelnuovo (1970) denomina o método Decroly “activo-analítico”, e o de Montessori “activo-sintético” (sintético porque construtivo). Em ambos os métodos falta, segundo Castelnuovo, uma “certa coisa” que conduz a criança à intuição própria do matemático. É com base na teoria piagetiana que aponta para outra direcção: a ideia fundamental da acção é que ela seja reflexiva... – *“que o interesse da criança seja atraído pelo objecto material em si ou pelo ente matemático, senão pelas operações*

sobre o objecto e seus entes. Operações que, naturalmente, serão primeiro de carácter manipulativo para depois interiorizar-se e posteriormente passarem do concreto ao abstracto. Recorrer à acção, diz Piaget, não conduz de todo a um simples empirismo, ao contrário, prepara a dedução formal ulterior, desde que se tenha presente que a acção, bem conduzida, pode ser operatória, e que a formalização mais adiantada o é também” (Castelnuovo, p. 23-28).

Assim interpreta Castelnuovo, o “concreto” deve ter uma dupla finalidade: “exercitar as faculdades sintéticas e analíticas da criança”; sintético no sentido de permitir ao aluno construir o conceito a partir do concreto; analítica porque, nesse processo, a criança deve discernir no objecto aqueles elementos que constituem a globalização.

Para isso o objecto tem de ser móvel, poder sofrer uma transformação para que a criança possa identificar a operação - que é subjacente [4, pp. 82 - 91].

Resumindo, Castelnuovo defende que *“o material deverá ser artificial e também ser transformável por continuidade”*. Isto porque recorrendo aos fenómenos naturais, como sugere Decroly, há sempre continuidade, porém, eles são limitados pela própria natureza e não nos levam a extrapolar, isto é, a idealizar o fenómeno. Por outro lado, podem conduzir à ideia de infinito, mas falta-lhes o carácter de continuidade e de movimento.

Nas recomendações do Ministério da Educação Nacional surgem as seguintes directivas: *“Recomendações dos Programas de Matemática do 3º ciclo do Ensino Liceal*

O estudo da Matemática [no ensino secundário] deve constituir para o aluno uma ginástica intelectual que lhe permita raciocinar com precisão e clareza, tanto no campo científico como no da vida prática.

Pretende-se que o aluno não só fique de posse de um certo número de princípios e teorias, em que será geralmente exigido o rigor próprio desta disciplina, mas que tenha desenvolvido a iniciativa pessoal e a faculdade de raciocínio, de modo a poder iniciar com confiança os estudos superiores (...)

Como a assimilação de uma ciência só é perfeita se a teoria e a prática se auxiliarem e completarem mutuamente, um dos tempos semanais será destinado a aula prática.

Os factos da história da Matemática relacionados com os assuntos a estudar, quando adaptados à mentalidade dos alunos, constituem um poderoso auxiliar para a boa compreensão de certas questões e, por vezes, também um incitamento ao trabalho. (Decreto Nº 37112 de 22 de Outubro de 1948)”

No período de 1950 a 1965 as operações eram trabalhadas com ênfase nas técnicas operatórias, mas sem justificativa para elas: a prova real e a prova dos nove eram

apresentadas como formas de verificação de resultados. Os cálculos mentais e escritos eram ensinados por meio de treino e exercícios de fixação constantes com vista a decorar resultados. Como refere António Augusto Lopes, os liceus da época antes dos exames marcavam, por vezes, um dia e hora específica para os alunos treinarem os exercícios e questões do tipo das que saíam em exame. Na sua prática lectiva, os professores usavam em todas as aulas, o modelo dos quadros, onde figuravam as fórmulas que os alunos tinham que memorizar.

Em suma, a ênfase do ensino nesta época era, em todos os níveis, o treino das técnicas de cálculo. Ao cálculo numérico da aritmética seguia-se o cálculo com expressões algébricas, as regras de derivação e a resolução de equações trigonométricas, culminando com as laboriosas “contas” com logaritmos.

Anteriormente, a geometria sintética de Euclides tinha tido uma enorme importância neste nível de ensino (demonstrações, problemas de construção no Plano e no espaço, lugares geométricos, etc.). Nesta altura, porém, viu-se relegada para o ciclo anterior, sendo substituída pela geometria analítica de Descartes e Fermat, que se prestava muito bem a exercícios de cálculo dos mais diversos (distâncias, intersecção e posições relativas de rectas, de rectas e circunferências, etc.).

A situação do ensino da Matemática em Portugal era alvo de muitas críticas que sublinhavam a reduzida competência dos alunos ao nível do cálculo - apesar do ensino ser essencialmente orientado para o domínio do cálculo! O mesmo se passava em muitos outros países.

Entretanto, o ensino universitário tinha-se vindo a alterar progressivamente com a introdução de temas resultantes da investigação matemática mais recente, como a álgebra abstracta, topologia, teoria das probabilidades, teoria dos conjuntos e lógica matemática. Um grupo de matemáticos franceses, sob o pseudónimo de Nicolas Bourbaki, começou a elaborar um tratado que pretendia integrar de modo coerente e impecavelmente rigoroso os principais desenvolvimentos desta ciência. Os grandes êxitos científicos e tecnológicos (televisão, radar, bomba atómica, computador) e a nova ordem mundial do pós-guerra deram origem a uma atmosfera de grande euforia no mundo científico. Os cientistas ganharam um grande peso social e começaram a protestar, de modo cada vez mais audível, contra o crescente fosso entre os conhecimentos ministrados aos alunos no ensino secundário e os conhecimentos que consideravam desejáveis para o início dos estudos superiores.

Em termos de ensino, os anos 40 e 50, como já foi referido, foram marcados pela memorização e mecanização e pelo “paradigma do tristemente célebre Palma Fernandes” (Ponte). No entanto, os resultados deste ensino não eram propriamente brilhantes.

Cada época valoriza diferentes objectivos de aprendizagem dos alunos, que variam à medida que variam as grandes finalidades da educação.

Ainda nos anos 40, num pequeno artigo de opinião, em que analisa o desempenho dos candidatos às provas de admissão à universidade, Bento de Jesus Caraça (1943) afirma que muitos deles manifestam “certos hábitos e vícios de raciocínio (...) altamente perniciosos”, destacando erros persistentes em questões de matemática elementar como operações aritméticas e cálculo de áreas e volumes.

A *Gazeta de Matemática*, cuja publicação se inicia em 1940, (anexo, *Gazeta Matemática*) começa por publicar exames e frequências de cadeiras de diversas instituições de ensino superior, mas com o tempo começa a incluir cada vez mais artigos de natureza muito diversa, incluindo divulgação matemática, questões históricas e reflexões sobre aspectos do ensino da Matemática.

As figuras fundamentais desta época são as de Bento de Jesus Caraça e José Sebastião e Silva. O primeiro tem um papel fundamental na *Gazeta*, publicando artigos, incentivando colaborações, promovendo as mais diversas iniciativas, marcando a sua actividade por um empenhadíssimo vigor de intervenção cívica. Deixa-nos, entre muitos outros trabalhos, essa magnífica obra de ensaio e divulgação que são os *Conceitos Fundamentais da Matemática* (Caraça, 1958), leitura obrigatória em todos os cursos de formação de professores.

Bento de Jesus Caraça é uma daquelas figuras que vêm muito para além do seu tempo, identificando os grandes problemas e apontando os caminhos do futuro. Um aspecto onde isso se manifesta com clareza diz respeito ao uso das tecnologias no ensino da Matemática.

Por seu lado, Sebastião e Silva deixa igualmente abundante produção sobre questões relativas ao ensino da Matemática nas páginas da *Gazeta*. Mas é essencialmente conhecido por protagonizar nos anos 60 um dos mais interessantes e inovadores projectos de desenvolvimento curricular da chamada Matemática Moderna.

Para além de outros magníficos livros de texto, justamente recordados, escreve essas obras exemplares que são o *Compêndio de Matemática* e os respectivos *Guias* para os professores (Silva, 1964, 1965), em que uma rara sensibilidade pedagógica e um

grande talento de expositor se combina com um profundo conhecimento e uma visão muito original tanto da Matemática como da sua história e das suas aplicações.

Em contraste com as posições atávicas que continuam a ouvir-se ainda hoje, em pleno século XXI, diabolizando as novas tecnologias como promotoras da preguiça mental, é com uma visão positiva que Bento de Jesus Caraça perspectiva o seu uso na escola no quadro de um ensino para todos.

Duvidamos que as tábuas de logaritmos como instrumento de trabalho conservem por muito tempo a soberania que tiveram. Em certos ramos de aplicação da Matemática à vida corrente, a tábua de logaritmos está hoje largamente ultrapassada pela máquina de calcular (...).

Cada época cria e usa os seus instrumentos de trabalho conforme o que a técnica lhe permite; a técnica do século XX é muito diferente da do século XVI, quando os logaritmos apareceram como necessários para efectuar certos cálculos. O ensino do liceu que é, ou deve ser, para todos, deve ser orientado no sentido de proporcionar a todos o manejo do instrumento que a técnica permite (Caraça, 1942).

Em circunstâncias extremamente difíceis, Bento Caraça, coordenador da Secção Pedagógica da Gazeta da Matemática, procurou questionar a tradição da memorização e mecanização.

São bem conhecidos os seus comentários mordazes sobre os professores que actuam como “sacerdotes do manipanso” e a sua condenação de um ensino incapaz de promover o espírito crítico dos alunos.

Segundo, Gérard Bonnot, num artigo designado por *On ne vit plus sans Maths*, in *L' Express* de 26/6/1967, “Termo das repetições enfadonhas - Primeiro princípio: substituir o adestramento pela inteligência. Repetir a tábua de multiplicação, aprender de cor como fazer uma operação, é automatismo. O método resulta talvez com alunos conscienciosos, com espíritos dóceis, mas quantos alunos insubmissos começam nesta idade a temer as matemáticas e ficam presos dum atraso que nunca recuperarão?

É preciso saber contar. Mas é sobretudo preciso saber porque se conta. Uma das astúcias imaginadas pelos reformadores é o recurso sistemático ao cálculo mental.

Segundo princípio: nunca enganar a lógica da criança. O grande culpado, neste caso, é Euclides, que tem o defeito, segundo os matemáticos modernos, de não ser tão rigoroso como se imaginava. Há dum lado a demonstração, do outro a figura. E quando Euclides não chega a demonstrar o seu teorema faz batota jogando com a evidência da figura. Por exemplo, nos casos de igualdade dos triângulos. Porque não faria o aluno

outro tanto? Dá-se-lhe um problema e ele traça a figura, vê o resultado, depois arranja-se como pode com os teoremas que tem na cabeça. Tanto pior se a lógica é um pouco maltratada, mas a figura está lá para a guiar. O professor, que não se preocupa nem com Euclides nem com a sensibilidade das crianças, verifica que a demonstração é falsa e dá-lhe zero. O aluno não compreende o que lhe censuram e conclui “que não compreende nada de matemática”.

Nesta época, outros autores manifestaram-se também de modo muito crítico em relação ao ensino da matemática. Tente-se, por exemplo, nas seguintes palavras de Sebastião e Silva: “Uma última conclusão que nos parece lícito retirar daqui: a necessidade premente de arejar os nossos métodos e programas de ensino, tornando-os adequados ao espírito da época. Entramos numa nova era, que é, feliz ou infelizmente, a era atómica. E devemos abrir os olhos, fazer um esforço sério de adaptação, se não quisermos ficar para sempre agarrados a sombras, no mundo do passado” (1947).

2.2 - A Implementação do Movimento Matemática Moderna Em Portugal

Em 1956, o Instituto de Alta Cultura (actual INIC) nomeia J. Vicente Gonçalves, J. J. Calado, Silva Paulo, Heitor Santos (do ensino técnico) e Sebastião e Silva para a integração da Comissão Internacional do Ensino da Matemática, sendo apresentada como a delegação oficial portuguesa junto de CIEM, na conferência de Madrid.

Segundo António Augusto Lopes, a Comissão ficou tão desanimada por ver o quão longe Portugal estava das orientações, metodologias e métodos de ensino usados um pouco por todo o mundo que os elementos da Comissão queriam desistir. Mas o Professor Sebastião e Silva manteve a união do grupo, não baixou os braços e todos em conjunto tentaram criar um projecto viável com as orientações dadas na reunião de 56, em Madrid.

Em 1959, a Organização Europeia de Cooperação Económica organizou em Royaumont, próximo de Paris, uma sessão de estudos de duas semanas, sobre o tema “Les Mathematiques Nouvelles”, onde Portugal participou com a presença do professor Pedro Campo de Tavares, do Liceu Camões, que ficou responsável por apresentar um relatório sobre a análise dos programas, métodos e materiais de ensino em Portugal com base num questionário dado em Royaumont (anexo 1- pdf).

Esta sessão de estudo teve como principal objectivo discutir a orientação que se deveria dar a uma apresentação moderna da matemática, sobretudo ao nível do ensino

secundário. Uma das conclusões mais importantes desta sessão traduziu-se na seguinte resolução:

“Tous les participants à la session d'étude se sont trouvés d'accord sur la nécessité de moderniser l'enseignement des mathématiques. Pour réaliser cette modernisation, il est indispensable que chaque pays rédige de nouveaux livres de classe et de nouveaux manuels. Ce travail sera grandement facilité si un plan synoptique indiquant les différentes possibilités de réforme est mis à la disposition des pays, pour les aider à rédiger leurs propres manuels scolaires et à les soumettre à des essais systématiques.

Afin de poser les bases de ce travail, les membres de la session d'étude recommandent que l'O.E.C.E. constitue une commission d'experts, composée de professeurs de mathématiques des universités, des écoles secondaires et des institutions chargées de former les professeurs de l'enseignement secondaire. Cette commission dresserait un tableau synoptique de l'ensemble des matières qui devraient être enseignées. Ce tableau comporterait des indications sur les différentes manières de traiter les questions avec la justification des diverses suggestions offertes.

L'O.E.C.E. pourrait alors adresser ce tableau aux pays membres, en leur recommandant de le transmettre aux différentes autorités de l'enseignement secondaire.

Pour pouvoir atteindre ses objectifs le plus rapidement possible, cette commission d'experts devrait tenir des réunions préliminaires dans le courant de l'année universitaire 1959-1960, et une session d'au moins quatre semaines pendant les vacances de l'été 1960”. (Mathématiques Nouvelles, actas do Seminário de Royaumont, 1961)

Como é mencionado neste pequeno excerto das actas de Royaumont, o objectivo deste inquérito, será a análise dos conteúdos programáticos. É feito um alerta no sentido de que o programa de um ano não se define/estabelece espontaneamente, depende do que se vai ensinar e de que forma. Se se vão realizar reformas é bom que se saiba exactamente como podem ser tratadas as diferentes questões. Por isso se realizaram inquéritos para levantamento das diferentes características antes da implementação do MMM.

Então, em Portugal, na década de 60, vamos assistir ao surgimento de “um dos mais interessantes e inovadores projectos de desenvolvimento curricular da chamada matemática moderna”. (Ponte, 1993, p. 97)

O professor Sebastião e Silva, uma das personagens mais importantes na História da Educação Matemática, foi o principal impulsionador do MMM em Portugal. As bases deste movimento tinham em vista não só a mudança de conteúdos programáticos, mas sobretudo a mudança do modelo de ensino vigente até à data. Procurava-se aproximar a Matemática desenvolvida na escola com a Matemática produzida pelos investigadores na área.

Kline (1976, p. 72) afirma que “os líderes da matemática moderna não se satisfazem com uma abordagem dedutiva da Matemática. Desejam apresentar um desenvolvimento dedutivo rigoroso”. Enfatiza Revuz (s.d., p. 88), que “À clareza dos conceitos elaborados deve corresponder o rigor dos raciocínios construídos sobre esses conceitos”.

O plano da Matemática Moderna pretendia também introduzir uma linguagem precisa, combatendo a linguagem imprecisa e ambígua, característica dos planos tradicionais (Kline, 1976). “Os modernistas crêem que uma melhoria drástica da linguagem da Matemática torna-se necessária” (ibidem, p. 83). Como resultado da exactidão da linguagem, são introduzidos muitos termos e símbolos novos.

Segundo António Augusto Lopes, por esta altura foi criado um dicionário de Língua Portuguesa, escrito por Óscar Lopes, especificamente para abarcar a nova linguagem e terminologia da Matemática Moderna, sobretudo para os conteúdos de Lógica.

Segundo Gérard Bonnot num artigo designado por *On ne vit plus sans Maths*, in *L' Express*, de 26/6/1967, “Nunca é demasiado cedo para aprender o rigor. Urge que as primeiras noções matemáticas sejam simples, acessíveis a todos os espíritos. Mas, ao mesmo tempo, duma clareza absoluta, de modo a poder banir todo o equívoco na sua utilização. Tudo se joga nesses primeiros contactos, quando a criança experimenta, a uma escala reduzida, a essência do raciocínio matemático. Por isso, partir-se-á da noção de conjunto. Estudar matemática é pôr em ordem, portanto, classificar objectos. Agrupá-los primeiro em conjuntos. Os pais sobressaltam-se quando descobrem no caderno dos filhos símbolos matemáticos que não eram correntes na sua juventude. Também aqui se impõe uma desmitificação. O conjunto – é tudo o que se quer, seja o que for: mais precisamente, o objecto que se decide agrupar “juntamente”. Basta envolver a enumeração por parênteses do tipo chaveta.”

Refere Kline (1976, p. 88), que “Os textos modernos definem cuidadosamente todo o conceito que se usa” induzindo uma nova terminologia e simbologia na designada Matemática Moderna.

Revuz (s.d.) apresenta ainda outras características inerentes à Matemática Moderna, como sendo: a unidade conferida a uma ciência que se dispersava; o seu carácter dinâmico; a sua expansão, não só pela extensão das suas aplicações, mas também, e sobretudo, pela matematização das ciências; a maleabilidade nova e diferente do espírito matemático; e a sua inesgotável fecundidade.

A Matemática Moderna em Portugal conheceu dois períodos distintos. Nos anos 60, teve uma fase experimental, conduzida por José Sebastião e Silva, num número progressivamente mais alargado de turmas do 3º ciclo do ensino liceal. Essas turmas eram constituídas segundo alguns parâmetros, sendo um deles a escolha de alunos com nota igual ou superior a 14 valores na disciplina de Matemática.

A nova abordagem da Matemática escolar deveria apresentar esta disciplina de um modo unificado, recorrendo à linguagem dos conjuntos e privilegiando o papel das estruturas, muito em especial das estruturas da álgebra abstracta (grupo, anel, corpo, etc.). Argumentava-se que isso correspondia, por um lado, à própria essência da Matemática (na abordagem bourbakista...) e que, por outro lado, encontrava apoio em certas investigações psicológicas sobre o raciocínio da criança. Nomeadamente as pesquisas de Piaget reflectiram-se no ensino da Matemática, onde os professores procuravam novas formas de ensinar, às vezes reproduzindo as provas piagetianas para trabalhar, por exemplo, a conservação das quantidades.

Citando ainda Gérard Bonnot: “Urge que as crianças aprendam a pôr por si os problemas antes de os resolverem. Assim compreenderão que o problema não é uma invenção arbitrária do professor, um jogo gratuito, mas um meio prático, e eficaz, de dominar o real. O que é o objectivo das matemáticas. O ideal seria mesmo que esses problemas fossem postos a partir da sua ocorrência nas outras matérias, em Física, em Ciências Naturais, em Geografia. É possível, na condição de refundir o conjunto dos programas.

Inteligência, rigor, invenção. Eis o essencial da revolução, muito mais que este ou aquele exemplo da gíria pretensiosa. Trata-se de fazer descer as matemáticas do seu pedestal de verdade revelado, inacessível e aborrecida, de as transformar numa ciência como as outras, sempre inacabada, e que se presta incessantemente à descoberta. O recurso ao espírito das matemáticas novas não tem outro objectivo. Com todas as consequências que isso comporta. A partir do momento em que se pede às crianças que trabalhem por si e que inventem, é inevitável que não avançarão todas com o mesmo andamento. Urgirá, pois, personalizar o trabalho, o que vai de encontro de todas as tradições de autoridade do ensino francês.”

Em Lyon, em 1969, o professor Ilasievici Ilie apresentou em projecto que se estava a desenvolver na Roménia sobre o aproveitamento da actividade criativa em turmas especiais. Em traços gerais, a experiência pretendia pôr em evidência que os

alunos destas turmas tinham mais possibilidades de manifestar as suas aptidões para a disciplina de Matemática através de diferentes actividades, sendo elas:

- 1) Resolver e comentar problemas fornecidos pelo professor - estes problemas deveriam focar aspectos essenciais da Matemática que os relaciona com o dia-a-dia e com as suas aplicações a diferentes ciências. O comentário que deverá ser feito refere-se aos diferentes métodos de determinar a solução do problema (geométrica, vectorial, analítica, trigonométrica, etc.).
- 2) Elaboração de trabalhos individuais com base num tema livre escolhido pelo aluno - este tipo de actividade obriga o aluno a consultar o mínimo de bibliografia para o trabalho que está a fazer. Estes trabalhos serão apresentados à turma numa data fixa de modo que se proporcione o debate. O aluno tentará captar toda a informação necessária para explicar à turma, podendo valorizar alguns aspectos da Matemática.

Nesta fase experimental, em Julho de 1963, foi nomeada a Comissão para o estudo da Didáctica da Matemática, tendo por base o programa da Matemática Moderna, composta pelo Professor Sebastião e Silva como coordenador, e como metodólogos, o professor Jaime Leonte, em Lisboa, o professor Manuel Augusto Silva, em Coimbra, e o professor Augusto Lopes, no Porto, como se pode comprovar pelos documentos em anexo. (Anexo 2 – constituição da comissão)

2.3 - O Pensamento Pedagógico do Professor Sebastião e Silva

O professor Sebastião e Silva tinha uma visão muito particular do ensino da Matemática:

- “1. A modernização do ensino da matemática terá de ser feita não só quanto a programas, mas também quanto a métodos de ensino. O professor deve abandonar, tanto quanto possível, o método expositivo tradicional, em que o papel dos alunos é quase cem por cento passivo, e procurar, pelo contrário, seguir o método activo, estabelecendo diálogo com os alunos e estimulando a imaginação destes, de modo a conduzi-los, sempre que possível, à redescoberta.
2. A par da intuição e da imaginação criadora, há que desenvolver ao máximo no espírito dos alunos o poder de análise e o sentido crítico. Isto consegue-se, principalmente, ao tratar da definição dos conceitos e da demonstração dos teoremas, em que a participação do aluno deve ser umas vezes parcial (em diálogo com o professor) e outras vezes total (encarregando cada aluno de expor um assunto, após

preparação prévia em trabalho de casa). (José Sebastião e Silva, 1964 - *Guia para a utilização do compêndio de Matemática*).

Como referiu o Professor Sebastião e Silva a modernização do ensino da matemática terá de ser feita não só quanto a programas, mas também quanto a métodos de ensino e isto inclui materiais a serem utilizados.

O professor de Matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor da matematização, isto é, deve habituar o aluno a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e, vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da Matemática a problemas concretos (Guia para a utilização do Compêndio de Matemática, 2º/3º vol. p. 89)

Sebastião e Silva procurou realçar sempre a importância das aplicações da Matemática, evidenciando conexões com outros campos do conhecimento, desenvolvendo numerosos exemplos. Recordemos alguns deles:

- 1) Transformação da energia eléctrica em calor (7º ano, vol. 1, p. 171);
- 2) Desintegração radioactiva (7º ano, vol. 1, p. 174);
- 3) Descida em pára-quedas (7º ano, vol. 1, p. 160);
- 4) O espaço-tempo de Minkowski (7º ano, vol. 2, p. 160);
- 5) Aplicação do cálculo de probabilidades aos seguros (6º ano, p. 471)

Paralelamente sempre evidenciou uma preocupação com os métodos de ensino, assumindo como referência, George Pólya, um dos autores mais brilhantes no âmbito da Didáctica da Matemática, autor do livro *“How to solve it”* (1945), um dos livros fundamentais da Didáctica da Matemática Contemporânea que defende o uso do método heurístico ou de redescoberta.

A primeira grande orientação tem origem no interior da comunidade de educação matemática. A resolução de problemas, noção teorizada por George Pólya como um aspecto essencial da actividade matemática, assumiu um papel central nas novas perspectivas curriculares. Pretendia-se proporcionar aos alunos uma experiência matemática genuína que, de algum modo, se aproximasse da actividade criativa dos matemáticos.

O principal objectivo da educação é ensinar os mais novos a pensar e a resolução de problemas constitui uma arte prática que todos os alunos podem aprender. Porque o ensino é, na sua perspectiva, também uma arte, ninguém pode programar ou mecanizar

o ensino da resolução de problemas; este ensino é uma actividade humana que requer experiência, gosto e bom senso.

“Problemas no ensino da Matemática

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, para toda a vida, a sua marca na mente e no carácter.

Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objectivo.

Um estudante cujo curso inclui Matemática tem, também, uma oportunidade única, que ficará evidentemente perdida se ele considerar esta matéria como uma disciplina com que precisa obter tantos créditos e a qual deverá esquecer, o mais rápido possível, assim que passar pelas provas finais. A oportunidade pode ser desperdiçada até mesmo se o estudante tiver algum talento natural para a Matemática, pois ele, como todos os outros, precisa descobrir seus talentos e seus gostos: ninguém poderá saber se gosta de torta de maçã se nunca tiver provado torta de maçã. É possível, porém, que chegue a perceber que um problema de Matemática pode ser tão divertido quanto um jogo de palavras cruzadas, ou que o intenso trabalho mental pode ser um exercício tão agradável quanto uma animada partida de ténis. Tendo experimentado prazer no estudo da Matemática, ele não a esquecerá facilmente e haverá, então, uma boa probabilidade de que ela se torne alguma coisa mais: um hobby, um instrumento profissional, a própria profissão ou uma grande ambição.

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, para toda a vida, a sua marca na mente e no carácter.

George Pólya, 1945 How to solve it”

Numa carta a Emma Castelnuovo, Sebastião e Silva afirma que *“a Matemática não deve desprezar o concreto, a Matemática deve estar ligada à realidade física, em que o pensamento matemático mergulha as suas raízes”*. (cit. em Ensino da Matemática Anos 80, SPM, Lisboa, 1982).

A ligação do professor Sebastião e Silva com Itália é muito forte, visto que foi em Roma que este fez o seu estágio científico com início em Fevereiro de 1943 e que durou quatro anos. Em Roma, contactou com: os maiores matemáticos italianos: Francesco Severi e Luigi Fantappiè, Guido Castelnuovo (pai de Emma Castelnuovo) e Frederigo Enriques, Mauro Picone, - nomes de larga projecção internacional como investigadores, chefes de fila da escola matemática italiana; e é daqui que surge o interesse por toda esta mudança radical no ensino da Matemática e a sua ligação com Emma Castelnuovo.

Para Sebastião e Silva, a Matemática era um meio de atingir a formação integral de um cidadão e não um conjunto de técnicas a dominar. (Silva, 1995).

Numa entrevista ao DN, de 23 de Janeiro de 1968, Sebastião e Silva afirma que *“o que se pretende acima de tudo é levar o aluno a compreender o porquê dos processos matemáticos, em vez de lhe paralisar o espírito”*. Considera ainda que no ensino tradicional o aluno *“é tratado precisamente como se fosse uma máquina, enquanto que no ensino moderno se procura, por todos os meios, levá-lo a reflectir e a reencontrar por si as ideias fundamentais que estão na base da matemática”*.

Do seu plano pedagógico constava não só uma mudança ao nível de programas mas também ao nível dos métodos de ensino (como referido anteriormente), alertando para o facto de o excesso de exercícios destruírem o que de vital pode existir no ensino – o raciocínio. Alega que *“é mais importante reflectir sobre o mesmo exercício que tem interesse, do que resolver vários exercícios diferentes que não tenham interesse nenhum (...)”*, evidenciando que *“entre os exercícios que podem ter mais interesse figuram aqueles que se aplicam a situações reais, concretas”*. (Guia para a Utilização do Compêndio da Matemática).

Ao chamar a atenção para uma remodelação das metodologias, o professor Sebastião e Silva alerta para o facto de ser competência da escola formar *“seres pensantes, dotados de imaginação criadora e de capacidade de adaptação em grau cada vez mais elevado”*. Acrescenta também que havia muito a lucrar se *“o ensino fosse normalmente orientado a partir de centros de interesses e tanto quanto possível laboratorial (...)”*. (Silva, Guia para a utilização do Compêndio de Matemática, vol. 2/3, p. 89).

Contrariamente ao que acontecia noutros países, cuja perspectiva da Matemática Pura era exclusivamente privilegiada, José Sebastião e Silva considerava fundamental que os jovens encarassem a matemática como uma ciência construtiva, sendo *“um dos objectivos fundamentais da educação, criar no aluno hábitos e automatismos úteis,*

como os de leitura, de escrita e de cálculo". Mas, acrescenta ainda, que tal se *"trata manifestamente, de meios, não de fins"*. (Silva, Guia para a utilização do Compêndio de Matemática, 2º/3º vol., p. 10-11).

Refere, Gérard Bonnot em *On ne vit plus sans Maths*, in *L'Express*, em 26/6/1967, que "não se trata sequer de mudar fundamentalmente os programas. Quando muito simplificá-los. Suprimir-se-ão em especial certas partes da geometria plana, que são meras peças de museu. No total, o número de coisas que é indispensável saber bem, a um nível pré-universitário, não é muito considerável. Toda a revolução assenta na maneira de ensinar.

Porque obrigam o espírito ao rigor, as matemáticas são uma ascese. E ninguém o pode mudar. Mas urge evitar que a criança tenha a impressão de trabalhar "para nada" e que se desgoste."

Reconhecendo, contudo, a extensão dos programas, alega que "se não houver tempo – o que é bem provável – podem omitir-se as demonstrações. O que importa, por enquanto, são as intuições: essas de modo nenhum devem faltar (...)". (Ibidem, p. 81)

Entretanto o estilo formalista penetrava gradualmente no Ensino da Matemática. Relativamente a este facto, Sebastião e Silva considera que "a lógica matemática é um meio poderoso para habituar o aluno à clareza e ao rigor, mas sem esquecer que na investigação matemática, a intuição precede normalmente a lógica", sendo importante delimitar o seu uso. (Guia para a utilização do Compêndio de Matemática).

As suas ideias preservavam também a evidente evolução tecnológica, afirmando que "os computadores e as máquinas de calcular têm o seu valor e o seu lugar no Ensino da Matemática e de modo algum substituem o ser pensante". Sublinhava especialmente o seu valioso uso na Trigonometria e na Estatística, alegando que "os cálculos exigidos pelos métodos estatísticos são geralmente muito laboriosos. Por esse facto não será fácil nem aconselhável resolver nas aulas problemas numéricos de estatística sem o auxílio de máquina de calcular". (Silva, 1977, vol. 2, p. 109).

Esta orientação não defendia a substituição dos investigadores pelas máquinas, mas sim evidenciava a necessidade de saber pensar: "Um dos principais deveres do ensino é ensinar o aluno a pensar. E todo o aluno deve ambicionar adquirir autonomia mental e espírito crítico suficiente para não se deixar facilmente convencer com argumentos errados". (Silva, 1977, p. 180).

Certamente quando um material apresenta aplicabilidade para modelar um grande número de ideias matemáticas ele pode ser considerado um bom material didáctico. Por exemplo, o material dourado pode ser utilizado para trabalhar muitos conceitos, desde a introdução do sistema de numeração decimal, operações aritméticas fracções e decimais, podendo também ser utilizados para representação de expressões algébricas. Essa diversidade de aplicações permite que os alunos estabeleçam conexões entre os diversos conceitos intrínsecos à manipulação do material.

Como já foi mencionado anteriormente, o MMM em Portugal teve um período que se designou por fase experimental e que surgiu no seguimento das opções adoptadas internacionalmente, sendo criadas turmas piloto do 3.º ciclo do ensino liceal.

Em Setembro de 1968, é publicado o programa para o ciclo preparatório da autoria de Sebastião e Silva (Matos, 2004), sendo publicados documentos de apoio pedagógico-didáctico para o programa em geral.

Refere Ponte (2003), que foram materiais “escritos com grande elegância e erudição e revelavam uma posição equilibrada no que respeita a conteúdos, proporcionando o tratamento de novos temas sem derrapar para os extremismos formalistas (...)”.

2.4 - Novos Métodos/Materiais de Ensino

A palavra método significa caminho ou processo racional para atingir um dado fim. Agir com um dado método supõe uma prévia análise dos objectivos que se pretendem atingir, as situações a enfrentar, assim como dos recursos e o tempo disponíveis, e por último das várias alternativas possíveis. Trata-se, pois, de uma acção planeada, baseada num quadro de procedimentos sistematizados e previamente conhecidos.

Em pedagogia, entende-se por métodos os diferentes modos de proporcionar uma dada aprendizagem e que foram sendo individualizados pelos pedagogos ou pela investigação científica.

O método não diz respeito aos vários saberes que são transmitidos, mas sim, ao modo como se realiza a sua transmissão. Podemos definir um método pedagógico como uma forma específica de organização dos conhecimentos, tendo em conta os objectivos do programa de formação, as características dos formandos e os recursos disponíveis.

O MMM foi o exemplo de uma perfeita tentativa de modificação dos métodos de ensino vigentes até então.

Matemática moderna, porquê?

O psicólogo Piaget mostrou, exaustivamente, a correspondência existente entre as estruturas algébricas e os mecanismos operatórios da inteligência de uma criança.

O matemático inglês Boole, no seu famoso livro “As leis do pensamento”, pôs em evidência a existência de uma “álgebra do pensamento” que sob a forma de estruturas se exprime pela língua e se revela numa gramática. Se esta verdade não é explorada no devido tempo, fica-se com a falsa ideia de que a Matemática só deve pertencer aos adultos habituados a rigorosos pensamentos lógicos, quando na verdade é impossível conduzir os primeiros ensaios do raciocínio de uma criança, sem usar as estruturas matemáticas.

Quando se fala na introdução da “Matemática Moderna” no ensino secundário (e até mesmo primário!) o que se pretende é propiciar o conhecimento da Matemática nesse sentido, isto é, modernizar a linguagem dos assuntos considerados imprescindíveis na formação do estudante, usando os conceitos de conjunto e de estruturas. (Folha Informativa dos Professores do 1º grupo do Ensino Técnico Profissional, 1966)

Foi a Matemática Moderna que desencadeou a preocupação com a Didáctica da Matemática. Porém, priorizou as abstracções internas à própria Matemática. As operações eram trabalhadas nos primeiros anos do liceu com base na Teoria dos Conjuntos, a adição era apresentada por meio de dois conjuntos diferentes. O cálculo mental não era enfatizado. Ganhou força de que nada deveria ser memorizado. O ensino passou a enfatizar a aprendizagem de símbolos e de uma terminologia específica da área (contido, não contido, intersecção, pertence, não pertence....).

O movimento da Matemática Moderna procurou, assim, (i) usar conceitos e processos unificadores para reestruturar os diversos tópicos escolares de um modo mais coerente, (ii) introduzir novos tópicos que se considerava poderem ser aprendidos pelos alunos e de valor nas novas aplicações desta ciência e (iii) eliminar alguns dos tópicos tradicionais, considerados obsoletos. Pretendia-se proporcionar aos alunos uma melhor compreensão das ideias matemáticas e, ao mesmo tempo, melhorar as suas competências de cálculo. Argumentava-se que as suas dificuldades resultavam, em grande medida, de eles não conseguirem relacionar umas coisas com as outras. O estudo das estruturas unificadoras e o uso de uma linguagem comum poderiam ter, nesta perspectiva, uma influência benéfica no próprio domínio do cálculo.

Conjuntos, relações binárias, estruturas matemáticas e lógica passaram a desempenhar um forte papel nos currículos; o conceito de função numérica foi secundarizado, dando-se proeminência à noção mais geral de aplicação (com domínio

num conjunto de qualquer natureza). A trigonometria deixou de ser um assunto à parte, passando a estar integrada na iniciação à análise infinitesimal e a sua abordagem deixou de ser geométrica para passar a ser algébrica. A geometria analítica foi reduzida, sendo substituída pela iniciação à álgebra linear (estudo da “estrutura” de espaço vectorial). Introduziram-se noções rudimentares de estatística e de teoria das probabilidades.

Como já foi referido, a Matemática Moderna não se limitou a mudanças ao nível dos conteúdos. Houve grande preocupação com os métodos a usar, sendo muito discutido o ensino “por descoberta”. Pretendia-se que os alunos tivessem um papel activo, sendo, tanto quanto possível, eles próprios a redescobrir os conceitos.

A revolução nas metodologias abarca o uso de diferentes recursos didácticos, bem como o respectivo modelo de ensino. Quando, há quarenta anos, o ensino mecanicista da matemática começou a ser substituído pela perspectiva estruturalista da Matemática Moderna, a situação da disciplina era de acentuada crise. A falta de interesse dos alunos, a quebra do rendimento escolar mesmo nas técnicas matemáticas elementares e, sobretudo, a pobre preparação que o ensino proporcionava para os estudos superiores são factores assinalados em numerosos documentos da época. A forma rápida e quase sem luta como a nova reforma se instalou e generalizou, um pouco por todo o Mundo, parece ser convincente indicador de que essa crise existia e era reconhecida como tal.

Em Portugal, quer a entrada do MMM, quer o seu apogeu e queda começaram mais tarde e terão sido mais moderados e mais lentos.

Mas o que sucedeu no nosso país não deixa de ser bastante sugestivo.

Os recursos didácticos propostos pelo MMM para as aulas de Matemática envolviam uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Segundo, Sebastião e Silva: “Chegou-se a fazer crescer os rapazes numa planície matemática esterilizada, capaz de sufocar qualquer objecção, qualquer diálogo. Porque se quisermos que o ensino da Matemática seja autenticamente vivo e fecundo, devemos apresentar uma ciência já feita. A matemática não deve desprezar o concreto, a Matemática deve estar ligada à realidade física em que o pensamento matemático mergulha as suas raízes.

E é sobretudo a Geometria que serve de modo natural para a ligação entre o mundo físico e a abstracção. O MMM defendia os chamados “métodos activos” para o ensino e que, na maioria das vezes, envolvia o uso de materiais concretos para que os alunos pudessem aprender fazendo.

Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre os objectos que poderão fazê-los reflectir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas.

Entretanto, os conceitos matemáticos que os alunos devem constituir com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela acção interiorizada pelo aluno, pelo significado que dão as suas acções, as formulações que enunciam, as verificações que realizam.

No congresso de Lyon, de 1969, Alan J. Bishop, da Universidade de Hull - Reino Unido, apresentou uma experiência feita com alunos do ensino secundário cujo objectivo era provar que o “método activo”, onde os alunos também eram construtores da sua aprendizagem, era mais eficaz que o método tradicional expositivo.

Houve um cuidado particular se estes métodos envolviam ou não uma aproximação visual da forma de explicar matemática através do uso de diagramas.

Foram comparados quatro métodos de ensino:

Método A – A relação era apresentado aos alunos na forma simbólica, seguida de dois exemplos para justificar a validade da relação. Não é para aplicar é só para provar que a relação era verdadeira.

Método B – Usa o mesmo método de A mas tem um diagrama para justificar visualmente a relação. Por exemplo, relacionar a área de um triângulo com a sua base e altura. O diagrama é apresentado e explicado.

Métodos C – Neste método de ensino apresentam-se os exemplos antes de estabelecer a relação (através de dois exemplos).

Método D – Neste método usa-se o mesmo sistema de C mas acompanhada de imagens visuais que justificam a relação.

Os métodos eram centrados no professor sem a partilha com os alunos. Contudo, os exemplos eram trabalhados pelos alunos.

Vejamos, por exemplo, o uso do retroprojector como método de ensino usado nas aulas de Matemática. Ainda que resumidamente, indicaremos o valor da retro projecção como auxiliar de ensino na época.

O retroprojector pode utilizar:

- Documentos transparentes a preto e branco e a cores com uma superfície variada;
- Sequência de folhas transparentes que, quando colocadas umas sobre as outras, apresentam um documento final a projectar;

- Traçado de desenho mecânico ou projectivo;
- A própria escrita e ilustração do professor enquanto ensina;
- Silhuetas, moldes e mesmo certas espécies de experiências científicas.

Também diremos que a retroprojectão é normalmente complementar das lições orais, servindo para melhorar, sem interrompê-la, a exposição do professor. Mas existem diversos documentos previamente preparados que funcionam neste projector, como os diapositivos ou os diafilmes no projector fixo.

A imagem fotográfica embora sem o alicante do movimento constitui um notável auxiliar de ensino, pois a fixidez das imagens favorece extremamente a sua compreensão. Não nos estamos só a referir à fotografia mas também ao diapositivo ou ao diafilme.

A imagem fotográfica pode ser trabalhada com outros meios: gravação sonora, rádio, cinema e a televisão (caso da Telescola).

Quanto à gravação sonora podemos sonorizar colecções de diapositivos em que as imagens se encontram sincronizadas com o som.

As imagens ganham nova força e constituem uma unidade audiovisual de maior eficácia pedagógica.

O mesmo papel auxiliar se encontra na chamada «radiovisão» em que os programas de rádio, sobretudo de Rádio escolar, são acompanhados, na recepção, pelo visionamento de imagens fotográficas (geralmente transparentes) para ilustração de temas do programa.

E, em cinema, a fixação da imagem para fins de compreensão do enquadramento ou para acentuar a ênfase narrativa, é prática corrente. E essa fixação da imagem fílmica, pode ser feita manualmente pelo professor, parando a projecção para explicar melhor uma dada imagem ou para dá-la a entender com mais demora, ou existir já no próprio filme, com o mesmo objectivo.

No caso particular da Matemática os filmes de Nicolet eram os mais divulgados e usados na época. Não existe nenhum estudo que relacione o muito ou pouco uso destes filmes na prática lectiva.

A fotografia é largamente utilizada na TV escolar e educativa, constituindo prática corrente nas lições do Ciclo Preparatório TV, quer comentada em «off» pelo professor, quer acompanhada de banda sonora. Ainda aqui, ela é integrada no meio que a utiliza e pode ser apresentada tanto isoladamente como em conjunto.

A imagem fotográfica no ensino exige, do ponto de vista do aluno, uma «leitura», um entendimento especial, entendimento esse que varia com as idades e com os temas apresentados.

As reacções da criança, por exemplo, variam de um estado de discrição a um estado de interpretação que surge por volta dos 12 anos.

Segundo Bourjade, «a criança entenderá de forma sincrética e global quando colocada em presença de um conjunto de formas simples e com uma estrutura pouco complexa e forte, e de uma forma “partilhista” e fragmentada quando colocada diante de um conjunto de estrutura complexa e fraca, desprovido de significado para ela».

Seja como for, para crianças ou adolescentes, a imagem fotográfica exige essa leitura, esse entendimento, que pode ser consideravelmente melhorados pela acção do professor.

Do ponto de vista do professor, este deve preparar as fotografias com as sequências necessárias de imagens e textos, comentando as imagens, interrogando o aluno sobre elas, desenvolvendo e estimulando a sua capacidade de compreensão.

Um pormenor importante quanto a filmes e diapositivos: os assuntos focados não devem conter um número exagerado de imagens, sob pena de se perder, por fadiga de atenção, o interesse e o entendimento do aluno. Outro aspecto a atender é o grau de interesse suscitado no aluno pela apresentação das imagens.

“O objectivo para o qual vai usar a gravura e o método que pretende empregar devem estar sempre presentes na mente do professor. Se pretender que a gravura seja foco de atenção, é necessário que ela exerça extraordinária atracção visual, ou de contrário é provável que não seja vista mais de uma vez. Grande parte da capacidade de comunicação do painel estará perdida antes de começar a exercer a sua função comunicadora.

Assim, em situações em que a motivação é o factor principal, pode-se lançar mão das ilustrações dramáticas ou fora do comum.” (Wittich e Schuller, ob cit)

Três regras consideram estes autores necessários para a boa aplicação da projecção fixa:

- 1) O professor explica aos alunos porque vai utilizar determinado diafilme em certo ponto da aula;
- 2) O professor deve indicar claramente o que deve ser visto;
- 3) O professor deve prever as palavras, frases e símbolos que possam apresentar dificuldades.

Em resumo, diremos que a projecção de imagens fotográficas deve ser preparada com a devida antecedência e introduzida naturalmente na exposição, devendo o aluno ser completamente esclarecido sobre o tema apresentado e convenientemente estimulado para obter o maior rendimento possível da projecção.

E essa projecção pode ser acompanhada de exercícios de reforço, de utilização doutros meios que completam o conhecimento fornecido pela imagem fotográfica, de modo a generalizar uma noção tão clara e tão precisa quanto possível. A utilização da imagem fotográfica pode ser sempre valorizada pelo concurso de outras formas de aprendizagem, sem nada perder das suas características específicas e do seu alcance pedagógico.

No que se refere ao uso de material didáctico é referido também nas actas de Lyon de 1969 uma experiência do uso de meios audiovisuais no processo de ensino, na Suécia. Como é sabido, em Portugal, a partir de 15 de Outubro de 1965, a aplicação das novas metodologias da Matemática Moderna passou também pelo arranque do Projecto da Telescola, com a participação do professor António Lopes.

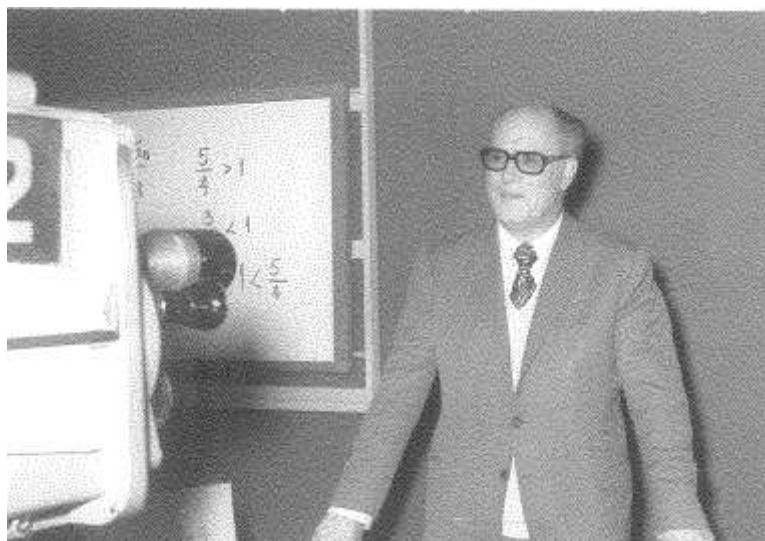


Figura 2.4.1 - Professor António Lopes - aula da Telescola

A nível internacional também foi feita uma experiência nesse sentido. Matts Hanstade, da Suécia, refere que existem duas coisas importantes para o sucesso da reforma:

- 1) A produção do bom material didáctico;
- 2) A formação dos professores.

A Suécia, tal como Portugal, tem zonas de mais difícil acesso, cuja deslocação de um professor se torna complicado. Foi por isso decidido o uso da TV, rádio e material de correspondência integrado num projecto designado por Delta-Project. No caso português, funcionou como a Telescola, com emissões do Monte da Virgem, em Vila Nova de Gaia, sendo o responsável pela área da Matemática o professor metodólogo António Augusto Lopes. Além de emissões pela TV foi feita uma única emissão via rádio para preparação dos alunos para o exame de Matemática, em Setembro.

Ainda no congresso de Lyon, em 1969, o professor K. Orlov, da Universidade de Belgrado, ex-Jugoslávia, fez o balanço de uma experiência feita no secundário através do uso da Balança Matemática. Neste estudo confirmou-se que o seu uso teve sucesso na escola primária, porque através da aritmética podem-se fazer inúmeras operações matemáticas e compreender a dedução da regra de três simples. Mas o serviço mais prestável é nas 3^a, 4^a e 5^a classe da escola secundária. A balança matemática foi inventada pelo professor Orlov, em 1959, e recebeu uma medalha na Exposição Internacional de Invenções em Bruxelas (1961). O seu uso tornou-se obrigatório em algumas classes das escolas da Jugoslávia. O Instituto de Pesquisa Pedagógica de Belgrado fez uma pesquisa sistemática das vantagens de utilização da balança matemática para alunos com idades compreendidas entre os 13 e 15 anos e chegou a resultados muito satisfatórios.

Os métodos de ensino enfatizam, além de técnicas de ensino como a instrução programada (estudo através de fichas ou módulos institucionais) o emprego de tecnologias modernas audiovisuais (retroprojector, filmes, slides...) ou mesmo computadores.

Os jogos pedagógicos, nesta tendência, seriam mais valorizados que os materiais concretos. Eles podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades. Para Irene Albuquerque (1954), o jogo didáctico *"Serve para fixação ou treino da aprendizagem, é uma variedade de exercício que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objectivo lúdico... Ao fim do jogo, a criança deve ter treinado algumas noções, tendo melhorado sua aprendizagem"*

Veja também a importância dada ao jogo na "formação educativa" do aluno *"... através do jogo ele deve treinar honestidade, companheirismo, atitude de simpatia ao*

vencedor ou ao vencido, respeito pelas regras estabelecidas, disciplina consciente, acato às decisões do juiz..." (Idem, p. 34)

Esta diversidade de concepções acerca dos materiais e jogos aponta para a necessidade de ampliar a nossa reflexão.

Queremos dizer que, antes de optar por um material ou um jogo, devemos reflectir sobre a nossa proposta político-pedagógica, sobre o papel histórico da escola, sobre o tipo de aluno que queremos formar, sobre qual matemática acreditamos ser importante para esse aluno.

O professor não pode subjugar a sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. A simples introdução de jogos ou actividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina.

É frequente vermos em alguns professores uma mistificação dos jogos ou materiais concretos. Até mesmo na Revista "Nova Escola" esta mistificação pode ser percebida como mostra o seguinte fragmento: *"Antes, a matemática era o terror dos alunos. Hoje... as crianças adoram porque se divertem brincando, ao mesmo tempo que aprendem sem decorar e sem traumas..."* Mariana Manzela (8 anos) confirma isto: *"é a matéria que eu mais gosto porque tem muitos jogos"* [No. 39, p. 16].

Ora, que outra função tem o ensino de matemática senão o ensino da matemática? É para cumprir esta tarefa fundamental que lançamos mão de todos os recursos que dispomos.

Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um aprender mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um aprender que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingénua, fragmentada e parcial da realidade.

O material ou o jogo pode ser fundamental para que isto ocorra. Neste sentido, o material mais adequado nem sempre será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas vezes, durante a construção de um material o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de forma mais efectiva.

Em outros momentos, o mais importante não será o material, mas sim a discussão e resolução de uma situação problema ligada ao contexto do aluno, ou ainda, à discussão e utilização de um raciocínio mais abstracto.

CAPITULO 3 – António Lopes e os Materiais

Como foi referido anteriormente o nosso objecto de estudo é o uso dos métodos e materiais de ensino preconizados pelo MMM em Portugal, baseado na prática docente do professor António Augusto Lopes. Neste artigo pretende-se através do relato da experiência de vida do professor António Augusto Lopes descrever com alguma precisão o contexto com em que decorreu a implementação dos modelos e materiais de ensino preconizados pelo MMM em Portugal.

Em 1952, António Lopes escreve um artigo na Labor intitulado Laboratório de Matemática no 1º Ciclo do ensino liceal, onde promove o uso de materiais diversificados na aula de matemática.

Em 1957, o Ministro da Educação Nacional, Leite Pinto, abre estágios de Matemática em vários liceus do país, um deles no Porto, pelo Decreto-Lei nº 41 273, de 17/9/1957. O Professor metodólogo será António Augusto Lopes. Este desde o início prepara os professores estagiários para o uso de materiais, materiais esses que eram construídos por eles, sobretudo na área da Geometria. Este artigo é reflexo de que o uso de materiais/modelos de ensino, mesmo antes de ser formada a Comissão de actualização dos programas de Matemática no 3º ciclo liceal, já estava incutido no espírito de alguns professores mais inovadores da época.

Colocam-se então as seguintes questões:

- 1) De onde surgiu o interesse do professor António Lopes pela aplicação de novos métodos e materiais às diferentes matérias abordadas no currículo da disciplina de Matemática dos liceus?
- 2) Será que no ensino liceal oficial já havia movimentações no sentido de introduzir novas dinâmicas de ensino?

3.1 – A reunião de Madrid da CIEAEM em 1957

Em 1955, o Instituto de Alta Cultura nomeia J. Vicente Gonçalves e Sebastião e Silva (do ensino superior), J. J. Calado e Silva Paulo (do ensino liceal), Santos Heitor (do ensino técnico), como a delegação oficial portuguesa junto à CIEAEM. Desta comissão participaram na conferência de Madrid da Comissão Internacional para o Estudo e Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática (CIEAEM), em 1957, os professores J. J. Calado e Silva Paulo, Santos Heitor e Sebastião e Silva. Esta reunião

deixou marcas em Portugal, como refere Matos “os seus membros vão comentar as novas ideias sobre o ensino da matemática em diversos artigos e entrevistas” (UNION, Março 2006, p. 95) e nesse mesmo ano numa sessão pública Calado “perante o Ministro da Educação Nacional da época, Francisco Leite Pinto, reclama o lançamento da reforma”.

A reunião teve lugar durante a semana de 21 a 27 de Abril de 1957, com a participação de 50 professores estrangeiros e 100 professores espanhóis, e iniciou-se com uma sessão inaugural, às seis da tarde, no Instituto Santo Isidro, sob a presidência de Gustavo Choquet (de França) e tendo como secretário Caleb Gattegno (Inglaterra). Um facto que merece alguma atenção foi a realização de reuniões anteriores sobre o mesmo tema na Europa (Gattegno, C.; Servais, W.; Castelnuovo, Emma e outros, 1958), mas das quais não há registo de qualquer participação portuguesa.

No seu livro *El material didáctico matemático actual*, 1958, Puig Adam refere que as primeiras reuniões se realizaram cinco anos antes, num ambiente mais familiar, só com os elementos fundadores E. W. Beth, G. Choquet, J. Dieudonné, C. Gattegno, A. Lichanerowicz e J. Piaget. Nas actas da reunião de Madrid, na sessão de abertura Gattegno referiu que todas as outras reuniões foram realizadas em ambientes mais intimistas e reservados. A reunião de Madrid teve como principal objectivo a organização de uma exposição conjunta, que exigia que fosse realizada num grande centro urbano para que a projecção dos resultados e das metodologias usadas fossem divulgadas em maior escala.

Nesta reunião de Madrid foram formados grupos de trabalho nos seguintes títulos: Modelos (materiais) com vários subgrupos de iniciação e iniciados; Modelos (ideias), com um só grupo; Diapositivos, com um só grupo; Filmes, com cinco subgrupos. Todos os grupos trabalharam intensamente durante duas a três horas diárias em vários locais espalhados pelo Instituto de Santo Isidro.

Nesta mesma reunião, os diferentes países mostraram as construções produzidas nas suas escolas, na exposição. Nela estavam representados a Alemanha, a Suíça, o Uruguai, a Itália, a França, a Áustria, a Inglaterra e a Bélgica. A delegação espanhola apresentou alguns modelos elaborados pela respectiva Associação de Professores da Matemática (anexo 3), sendo de destacar o material de cuisenaire, equações e sistemas com balanças.

Nesta exposição foram apresentados os seguintes materiais: O modelo suíço do professor Pauls para o estudo da geometria da esfera; discos de cálculo e máquinas de

calcular «curta», material apresentado por Galli (Uruguai), o geoespaço e a carta náutica de Pescarini (Itália); o inversor de Paucellier (França); o geoplano de Gattegno, modelos em cartolina e tela de ângulos (Áustria); modelos de poliedros regulares de Pesket (Inglaterra); círculos trigonométricos em madeira e cartolina (Bélgica) e vários modelos de geoespaço de Puig Adam. No que se refere aos modelos apresentados pelos espanhóis, retiramos do Boletim da Associação de Professores de Matemática francesa o seguinte comentário sobre o material espanhol: *«Particulièrement abondante et instructive était participation espagnole. Nous ne pouvons que citer trop vite et avec des lacunes les dispositifs d'illustrations des variations de fonctions trigonométriques, et pour résoudre des systèmes du premier degré, de M. Diéguez (Galicie), le matériel si simple pour une initiation à la similitude des triangles de M. Ibarra. Et surtout les modèles et les récits d'expériences si variés et si riches du professeur Puig Adam, depuis le spectaculaire icosaédre géant suspendu au-dessus de la cour d'honneur de l'Institut par de grands élèves à qui furent posés pour cela des problèmes de statique et de topologie, jusqu'aux exemples d'utilisation multivalente de matériels déjà connus: bâtonnets Cuisinaire, par exemple, ou tout simplement du matériel offert par tous les objets de la vie courante: parapluie, lutrin, espagnolette, à qui sait y voir les structures mathématiques sous-jacentes. D'une telle visite on revient convaincu que l'utilisation d'un matériel n'est pas un bricolage, mais un appel à l'activité mentale de l'enfant...»* (T. Vervaecke)

Analogamente, a revista Mathematics teaching refere que: «...In this role of mathematical model and other physical material is fundamental. A mathematician of abstract turn of mind might regard it merely as a collection illustrations, suitable merely to give a momentary assistance on a point that is imperfectly understood, but seen in proper perspective this material is far more...(e segue explicando o seguimento da conferência). The old-fashioned showcase model intended only for passive contemplation must give place to multivalent material which can be manipulated by the pupils and which stimulates them to make models themselves to pass on their own abstract ideas in a form which, being independent of language, was all the more forceful and impressive to an international audience, and his address set the mood of the conference.»(Actas de Madrid, 1958)

Outro comentário na mesma revista menciona que: “The host, Spain, made extremely good use of common materials; press studs, empty penicillin bottles and metal bottle tops, the latter for explaining the game Cha-Cha (Solitaire) and the theory

of groups. Details of many of these exhibits are in the book *Didáctica matemática eurística* by Puig Adam reviewed on page 51. Sets of coloured plastic slotted rods for the rapid construction of dynamic and static models and a compass that drew ellipses originated by Juan Fernández y Fernández deserve special mention. The use of the cuisinaire rods and Geo-boards was evident, the notions of the Geo-boards being extended to three dimensions Geo-cubes. The Spanish contribution left me examining everything, from door knobs to mantillas, for their mathematical possibilities»

«The situation, an upper cloister around a square courtyard, suggested that was no ordinary exhibition of aids for the teaching of mathematics, especially as the most prominent exhibit was huge icosahedrons, probably the largest in the world! This mighty icosahedrons, suspended above the centre of the courtyard, was the work of a group of pupils from San Isidro and was constructed by the aid of a scale model of the courtyard and its surroundings, which was also shown. The icosahedrons symbolized the grand quality of the exhibition and the great camaraderie of the exhibitors. » (I. Harris)

Na revista *Servicio* (4 de Maio de 1957) é feita uma entrevista ao professor Gattegno sobre a Exposição nomeadamente sobre a participação espanhola no qual ele refere que: “a minha opinião é de pouco valor; mas é de valor para o público e para todos aqueles que a visitaram e estudaram, sejam profissionais ou estudantes, estiveram presentes uma enorme quantidade de ideias novas e sugestivas. Foi para muitos estrangeiros uma surpresa ver o que os colegas espanhóis tinham realizado. Os Institutos Laboraia mostraram uma enorme valentia e o seu êxito é muito compensador. Há muito que ver na secção espanhola que gostaria de propor que esta circule por toda a Espanha.»

Portugal apesar de estar representado não apresentou materiais, daí o desagrado manifestado pela comissão portuguesa, como refere o Professor Augusto Lopes (primeira entrevista, 2007).

Dos grupos de trabalho atrás referidos, o que trabalhou com os modelos (materiais) contou com a orientação de uma equipa belga da qual fazia parte Servais que ensinou “os colegas dos outros países a dobrar, colar, recortar e soldar” (Adam, 1958, p. 26). Não se tratava só de transmitir como construir o modelo, o objectivo era partir da concepção do modelo e reflectir sobre as operações necessárias para realizá-lo, discutindo quais os materiais mais apropriados, as suas vantagens e desvantagens e quais as consequências didácticas para as crianças.

O segundo grupo que também trabalhou com os modelos, mas o seu objectivo era estudar as ideias dominantes no material apresentado na exposição sobretudo pela delegação espanhola. Este grupo conclui que quanto ao material é de mencionar que o simples manejo como o corte, dobragens e colagens conduz a lições muito proveitosas, daí resulta que o próprio construtor do modelo é quem recebe a principal lição do mesmo. Conclui também que há materiais com objectivos diferentes, e por isso distingue o material didáctico que alcança um objectivo do material que é um convite à actividade mental. No que se refere à sua realização este grupo fixou dois critérios; primeiro, o uso de materiais polivalentes e o segundo o aproveitamento de materiais simples do dia a dia.

A originalidade dos modelos expostos, especialmente os materiais polivalentes e dinâmicos extraídos do dia a dia surpreendeu os participantes que estavam habituados aos modelos estáticos clássicos de vitrine (Adam, 1958, p. 27).

As actas publicadas da reunião de Madrid por Puig Adam no livro *El Material didáctico matemático actual* (1958) indicam que os modelos concretos de ensino da matemática intuitiva detêm-se sobre as lembranças e percepções dos alunos, “a percepção e a acção parecem constituir um binómio de como se desenrola a aprendizagem da Matemática” (p. 9).

Neste livro é ainda referido que um dos factores que mais contribuem para a aversão geral ao estudo da Matemática é a sua desconexão com a realidade; os interesses do aluno não coincidem com o saber preconizado pelas escolas.

Puig Adam destaca também que os processos matemáticos de abstracção desempenham um papel decisivo na simbolização. A condensação simbólica e a formalização do raciocínio matemático tornaram possível uma rápida progressão das abstracções e generalizações crescentes que caracterizam a matemática daquela época. Os modelos e materiais usados no ensino da matemática servem para facilitar a compreensão de alguns conceitos difíceis de matemática, mas para o professor de matemática, que não perde de vista os processos iniciais de abstracção, o material representa muito mais, representa algo substancial na sua função educativa. O objectivo desta função será então estudar a maneira pedagógica mais acertada de fazer e quais os melhores materiais. A concepção e a construção de modelos pode ser um veículo natural e eficiente para uma prática feliz das actividades de abstracção e concretização que devem formar parte da integral actividade matemática.

Em suma a reunião de 57, destacou-se sobretudo pela mudança de atitudes e de metodologias no ensino da Matemática, produzindo uma viragem de 180° sobre o que era ensinar Matemática, e só a partir da década de 60 é que Portugal começou a implementar os materiais e metodologias lá apresentados.

Ao referir-se a esta reunião, António Augusto Lopes (primeira entrevista, 2007) comenta que os professores portugueses que participaram nesta reunião ficaram desanimados por ver o quão longe Portugal estava das orientações, metodologias e métodos de ensino usados um pouco por todo o mundo.

3.2 – A influência da reunião de Madrid nas práticas do professor António Lopes

No período que estamos a estudar surgiu entre alguns professores de matemática a necessidade de usar determinados materiais para apoiar a sua prática lectiva, e um desses professores foi António Augusto Lopes.

Em 1952, António Lopes escreve o seu primeiro artigo na *Labor*, intitulado «*método do laboratório e os programas no 1º ciclo*», onde revela o seu interesse na aplicação de materiais diversificados, de modo a facilitar a aprendizagem dos conceitos leccionados. Neste artigo, António Lopes sugere a construção de figuras planas e de sólidos geométricos, em papel, cartão, cartolina ou plástico.

O uso dos materiais no ensino da matemática, tema abordado na reunião de Madrid, foi de tal modo importante para António Lopes que em 1960 publica outro artigo na *Labor* denominado por Reflexões sobre o ensino da Matemática, cujo principal tema é a implementação de um Laboratório de Matemática e a sua aplicabilidade aos conteúdos propostos pelo programa dos liceus vigente na altura. Pela análise do artigo constata-se que António Lopes, apesar de não ter estado na reunião de Madrid, teve acesso às actas e de facto, dos seus documentos pessoais faz parte o livro *Le matériel pour l'enseignement des mathématiques* escrito por Gattegno, Servais, Emma Castelnuovo e outros (1958). Sabemos também que António Augusto Lopes já conhecia os trabalhos do grupo da CIEAEM, visto que possui no seu espólio umas das primeiras edições do livro *L'enseignement des mathématiques* de Piaget, J.; Dieudonné, J. e outros (1955). Todo o artigo de 1960 envolve as metodologias preconizadas pelo MMM na reunião de 57, em Madrid, e que este utiliza nos estágios.

Todo este interesse do professor António Lopes pelos materiais tornou-se de alguma forma mais visível com o seu trabalho com os estagiários a partir de 1957. Segundo ele, “fizemos muitas experiências na construção de materiais... umas correram bem, outras nem por isso (...) íamos avançando conforme podíamos” (primeira entrevista, 2007).

No artigo da *Labor* de 1960 refere modelos construídos no Liceu D. Manuel II, onde leccionava e orientava estágios. Alguns desses modelos foram elaborados pelos professores estagiários, entre 1957 e 1960.

Dos professores que estagiaram no Liceu D. Manuel II, o professor António Lopes destaca na primeira entrevista a professora Fernanda Estrada, visto que também ela em 1960 publica um artigo na *Labor* abordando o mesmo tema mas de uma forma muito pouco perceptível. Questionado sobre este artigo e sobre o seu interesse no uso de materiais, o professor António Lopes afirma: “O uso de materiais sempre facilitou a explicação de diferentes matérias, sobretudo de Geometria, onde a aplicação de materiais facilitava a compreensão de resultados obtidos... logo após o meu estágio senti necessidade de os aplicar...”

No artigo de 1960, sobre a aplicação de materiais no 1º ciclo do ensino liceal, António Augusto Lopes mencionou que ele e o grupo de professores da sua escola construíram um conjunto de modelos, entre eles, o modelo de Geoplano, de Gattegno, o modelo de círculo trigonométrico, construído com barras móveis de plástico acrílico, o modelo polivalente para o estudo das áreas de figuras planas, os modelos de poliedros convexos e côncavos, modelo relativo a ângulos inscritos, modelo relativo de um arco capaz de um ângulo e o modelo relativo às secções cónicas.

Neste artigo António Lopes refere também algum material construído por ele e pelos professores estagiários como é o caso da colecção de modelos de fórmica, destinado ao estudo de equivalências de figuras planas. Além destes materiais, António Lopes faz referência a outros “materiais” adquiridos pelo Liceu D. Manuel II e utilizados por ele e por outros professores incluindo os estagiários, tais como: diapositivos destinados ao ensino da Álgebra, Geometria e Trigonometria; modelos dinâmicos, articulados, de material plástico destinado ao estudo dos polígonos; Material de Cuisenaire; material de plástico para demonstrações de geometria no espaço; sólidos geométricos de madeira; filmes do Nicolet e modelos de material plástico destinados a estabelecerem relações entre volumes de prismas e pirâmides. Muito deste material

adquirido pelo Liceu D. Manuel II no Porto tinha sido apresentado na exposição da reunião de Madrid, em 1957.

Tendo em conta o contexto sócio político da época onde as dificuldades económicas³³ eram visíveis, é admirável como o Liceu D. Manuel II estava tão bem apetrechado com as últimas novidades em termos didácticos.

Da leitura do artigo de 1960 percebe-se que a maioria dos conteúdos eram trabalhados com recurso ao uso de materiais, de tal forma que o trabalho com operações, assim como a construção do conceito de número, passou a fazer largo uso de materiais: material dourado, ábacos, jogos de troca, na tentativa de se explicitar o que está oculto no sistema de numeração. Esta ideia também incentivou os professores, visando a construção de uma escrita numérica e a leitura dos números com maior compreensão, a explicar, logo de início, as ordens que compõem essa escrita - unidade, dezena, centena, etc. (Lopes, 1960). O geoplano de Gattegno, aplicado nas aulas de António Lopes e dos estagiários, era formado por uma base de corticite ou por um material de características semelhantes, de tal forma que os alunos pudessem modificar com facilidade e a seu gosto a “malha das linhas de referência”. Como o professor António Lopes refere na primeira entrevista *“era espantoso observar como aqueles rapazes e raparigas aderiam com satisfação e empenho a todas as actividades propostas, de tal modo que não davam conta de o tempo passar”*.

O modelo do círculo trigonométrico era feito de fundo de contraplacado onde eram marcados o referencial cartesiano e o círculo trigonométrico; a tangente e a co-tangente eram fixas. As restantes linhas trigonométricas são concretizadas com barras móveis de «plástico acrílico». Os modelos de poliedros convexos e concâvos eram construídos em cartolina fina, sendo os primeiros revestidos com material de plástico fino e opaco, ficando as arestas assinaladas com fio de torçal de cores vivas, e os segundos eram cobertos com papel de lustro também com cores vivas.

O modelo relativo a ângulos inscritos tinha uma base de «tabopan» onde eram pregados transferidores colocados para que se pudesse fazer uma leitura directa da relação entre o ângulo inscrito com a amplitude do arco compreendido entre os seus lados, através da medida do correspondente ângulo ao centro. Os ângulos eram representados por varetas de alumínio, duas delas com uma ranhura central, e no sentido longitudinal, ao longo da qual se deslocam, por meio de parafusos de pressão, o extremo

³³ Salazarismo (1933-1974) tem referência a António de Oliveira Salazar, o seu fundador e líder (Wikipédia).

das outras duas. O modelo dinâmico permite concretizar o conteúdo programático em questão e as respectivas demonstrações nascem das sugestões que os alunos lêem no modelo.

O modelo relativo ao arco capaz de um ângulo, é construído com base de contraplacado, varetas de plástico e parafusos de fixação.

António Lopes não se preocupava somente com o uso de materiais, mas também com o uso de metodologias diversificadas, e como ele refere no artigo da *Labor*, em 1960 “Os meus alunos do 6º ano fizeram uma visita de estudo às obras da Ponte da Arrábida para ilustrar as aplicações da Trigonometria...”. Estas aulas, segundo António Lopes, envolveram uma preparação prévia e foram realizadas em dois sábados consecutivos, sem obrigatoriedade por parte dos alunos. O objectivo destas aulas, como refere António Lopes no artigo da *Labor*, serviu para “*multiplicar as lições deste tipo e abrir horizontes novos, e levar os rapazes a quererem estudar e saber Matemática*” (p. 640)

Temos mais elementos sobre este uso de materiais didácticos, pois em Junho de 1963, no Liceu Normal D. Manuel II, os estagiários Maria Clara Pacheco, José Amorim, Macdonaldo Gomes e Sebastião do Carmo Patrocínio, orientados por António Lopes, apresentaram uma exposição de trabalhos e material didáctico realizado pelos alunos na sala de aula. Existem registos onde figuram imagens de vários trabalhos realizados por alunos e professores estagiários e que estão reproduzidas em CD e arquivadas no Centro de Investigação em Educação, na Universidade Nova de Lisboa – Faculdade de Ciências e Tecnologia (UIED), e que António Lopes situou na década de 60.

Das entrevistas realizadas com António Lopes, depreende-se que houve uma mudança na escolha dos modelos de ensino, e obviamente nos materiais utilizados, antes de 1960 e depois de 1960. Em 1957 começa por usar com os estagiários materiais de construção simples, isto é, materiais de uso corrente, como as cartolinas para a construção de sólidos geométricos ou o uso do geoplano para construção de figuras planas. Em 1960 António Lopes utiliza materiais mais sofisticados, entre eles os materiais audiovisuais.

“Parece ponto assente que os meios audiovisuais e os modelos matemáticos concretos desempenham, cada vez mais, papel importante na orientação da didáctica matemática actual. Uns e outros são o ponto de partida para as abstracções matemáticas; é através deles que os alunos devem ser adestrados a

formular noções, a descobrir, progressivamente, relações e propriedades inerentes aos seres matemáticos” (Lopes, segunda entrevista, 2008).

No artigo de 1960 o Laboratório proposto por António Lopes em 1952 conta com materiais mais polivalentes e dinâmicos, com recurso aos meios audiovisuais.

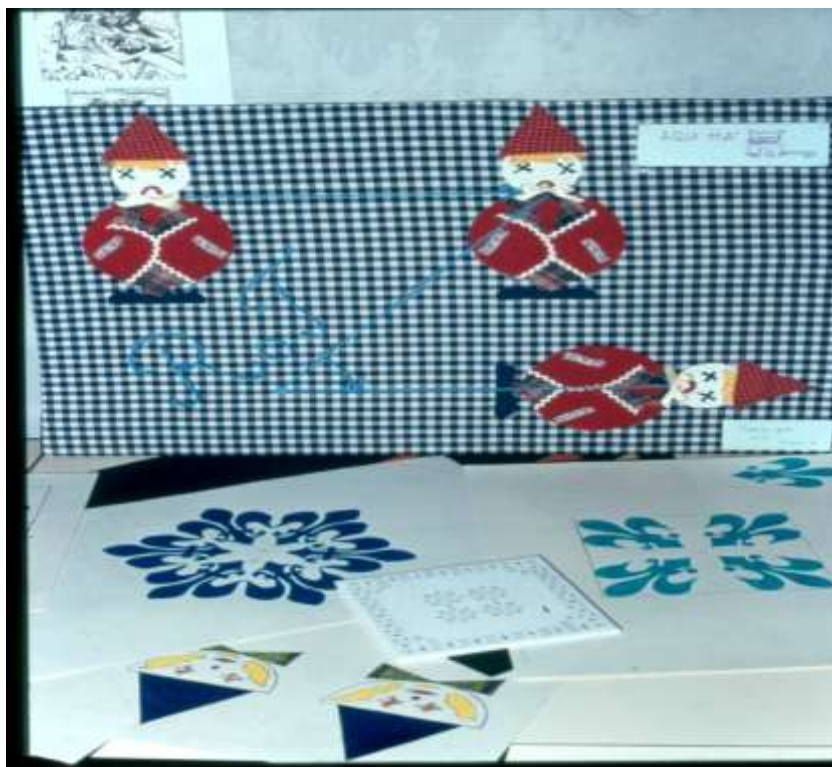
António Lopes refere ainda que

“O primeiro ponto de interesse encontramos-lo nas figuras sugeridas pelos objectos reais, sejam eles corpos físicos naturais ou produtos da arte ou da técnica. Tais figuras estão na base do desenvolvimento da geometria elementar e têm importância marcada na génese do pensamento matemático”. (1960, p. 641)

Em suma, António Lopes aplica os modelos propostos na reunião de Madrid, como refere na primeira entrevista, onde diz que “a excelente qualidade pedagógica dos modelos e materiais apresentados pelos «mestres» levou a que nós os tentássemos reproduzir”.

A maioria dos materiais que António Lopes utiliza e menciona com maior frequência é para uso na área da Geometria, apesar de fazer referência a outros. Quando questionado sobre o assunto na segunda entrevista ele diz “a geometria é um dos campos da matemática mais fascinante, pois podemos abordá-lo de diferentes formas e com uma grande diversidade de materiais”. (Lopes, segunda entrevista, 2008).





Conseguimos ter uma outra visão desta metodologia, desta vez através da perspectiva de uma professora estagiária, a professora Fernanda Estrada que fez estágio entre 1957 e 1959, no Liceu D. Manuel II, no Porto, e publica um artigo na *Labor*, em 1960, intitulado *A «axiomatização» da geometria, Breves Considerações sobre o uso dos axiomas de Hilbert no 2º ciclo dos liceus*. Este artigo foca brevemente o uso de materiais didácticos para a compreensão do tema e sugere a utilização de “modelos, filmes e projecções”, como ela própria refere “...um modelo, como um filme, põe um facto, que não demonstra evidentemente, mas que não só ajuda a fixar e a compreender as conclusões da demonstração racional, mas que é só por si uma interrogação, um apelo à imaginação criadora dos alunos” (1960, Fernanda Estrada, p. 560). Os materiais referidos pela Fernanda Estrada também foram mencionados por António Lopes no artigo de 1960, e é muito provável que esta tenha tido contacto com eles no estágio.

Após a leitura do artigo da professora Fernanda Estrada ficámos com a impressão que o entusiasmo de António Lopes pelos materiais passou um pouco despercebido à professora Fernanda Estrada, pois o artigo por ela apresentado na *Labor* não traz nada de inovador no que se refere ao uso dos materiais.

3.3 – Modelos e materiais na formação de professores nos anos 60

Na década de 50/60 começam a despertar em Portugal formações para professores na área da didáctica da Matemática que envolviam o uso de materiais e de modelos de ensino diversificados, com a presença e dinamização de João Nabais. Sabemos que no ensino privado já havia movimentações no sentido de introduzir novas dinâmicas no ensino, e isto incluía também a Matemática, como é o caso do Colégio dirigido por João Nabais (Candeias, 2007). No ensino oficial, como vimos na secção anterior, António Lopes incentiva o uso de materiais e aplica-os nas suas aulas, bem como motiva os seus estagiários a usá-los.

Sabe-se que em 1962 foi realizado no Porto um Seminário de formação de professores, no Colégio Brotero, sobre a aplicação das novas metodologias e materiais a utilizar, por João Nabais (Candeias, 2007). No verão de 63, também no Porto, sob a orientação do professor António Lopes foi feito um curso de Verão para professores.

O programa deste curso evoca como tema de debate os modelos de ensino e os meios audiovisuais (diapositivos, filmes, livros, revistas e jornais). Portanto, constata-se que havia um grande entusiasmo por parte de alguns professores no uso de novos materiais e modelos de ensino.

O objectivo deste curso assentava em dois pontos:

1. Sentido em que deve processar-se a actualização científica dos Professores de Matemática do Ensino Liceal;
2. Sentido em que deve processar-se a actualização didáctica dos professores, em ordem ao movimento renovador actual:
 - a) Métodos preconizados na Recomendação nº 43 da Conferência Internacional da Instrução Pública (19ª sessão Julho de 1956);
 - b) Métodos constantes das sugestões da OECDE;
 - c) Métodos preconizados no Colóquio Internacional de Budapeste (1962)

Do plano do curso constavam três partes:

A primeira parte:

1. Introdução à Lógica Matemática e à Álgebra dos Conjuntos;
2. Relações e aplicações;
3. Generalidades sobre as «estruturas algébricas fundamentais».

A segunda parte, referente à aplicação didáctica da primeira parte do curso no quadro dos programas:

1. Planos de lição, para os três ciclos dos liceus;
2. Didáctica geral: trabalho de equipa, modelos, meios audiovisuais\diapositivos, filmes, livros, revistas e jornais.

A terceira parte:

Lições a alunos dos três ciclos dos liceus

As sessões de trabalho neste curso eram de manhã e de tarde, e todo o curso era ilustrado com uma exposição de livros e material didáctico.

Segundo o Professor António Augusto Lopes foram também realizadas no período de 1960 a 1963 diversas acções de formação de Professores no liceu onde leccionava, por iniciativa do próprio grupo disciplinar de Matemática, antes da implementação da Matemática Moderna, em 1963. António Lopes refere que “havia necessidade por parte dos professores de partilharem as suas experiências e aprenderem mais um pouco com o que os colegas iam fazendo noutras escolas”.

Porém, a grande maioria dos professores continuava a praticar um ensino tradicional centrado no professor, e não encarava explorar a Matemática como a resolução de problemas a partir de situações vividas no quotidiano e encontradas nas várias disciplinas (segunda entrevista).

Na recomendação nº 43 da CIEM, de 17 de Julho de 1956, existente no espólio de António Lopes, é mencionado que os professores de Matemática das escolas secundárias devem ter uma formação nitidamente superior à do seu ensino, deverão também ter uma preparação pedagógica e psicológica adequada. O professor deverá ser encaminhado para a observação e experimentação, em matéria de pedagogia matemática. Para estes objectivos serem atingidos o CIEM recomenda que se tomem medidas que promovam e facilitem o aperfeiçoamento dos professores: conferências, cursos de férias, grupos de trabalho, estágios, acesso a livros e revistas, etc.

António Lopes refere que no início de 60 havia um esforço de levar à prática esta recomendação. Segundo ele era “feita por pequenos grupos de professores em algumas

escolas, como foi o caso do Liceu D. Manuel II” (Lopes, primeira entrevista, 2007). No ensino privado havia uma maior movimentação e mobilização dos professores para a formação nas novas metodologias, pois um ensino inovador e de qualidade era a principal chave para cativar (Candeias, 2007).

Em 1963 foi feito um curso de verão de formação de professores cujo programa tinha como base as novas metodologias e a divulgação dos materiais utilizados. Este curso realizado nos Colégios Almeida Garret e João de Deus, teve como programa uma componente teórica sobre as metodologias e os programas da época, e uma outra componente de cariz prático que se baseou nos planos de lição e no uso de materiais diversificados fazendo referência específica aos materiais audiovisuais. (anexo – programa do curso de verão).

3.4 – Emma Castelnuovo e António Lopes

Em Novembro de 1963 Augusto Lopes e Jaime Leote participam no simpósio de Atenas (Matos, 2005), sobre Matemática Moderna, em substituição do professor metodólogo Manuel Silva, conforme atesta um documento oficial datado do dia 12 de Julho de 1963, do Ministério da Educação Nacional (1963, INC).

No espólio de António Lopes existia documentação referente a esta visita: autorização do IAC (Instituto da Alta Cultura), o relatório final, as notas de viagem e o relatório oficial da visita. (anexos 6, 7, 8).

De Atenas seguem para Itália para aí estudar a aplicação destas novas metodologias e materiais com a professora Emma bem como a implementação dos novos programas e metodologias da Matemática Moderna em diversos liceus. O contacto com a professora Emma Castelnuovo, tinha como objectivo a observação não só da metodologia empregue por ela nas aulas, mas também dos modelos e materiais utilizados e construídos pela própria. No dia 25 de Novembro de 1963, António Lopes e Jaime Leote chegam a Roma para estudar os modelos e os materiais de ensino usados nalgumas escolas da cidade, porém avizinham-se algumas dificuldades a nível logístico. Logo no mesmo dia tiveram o prazer de assistir a uma aula da professora Emma Castelnuovo sobre “Equações Trigonómicas”, que segundo António Lopes *“ficamos completamente extasiados e rendidos às metodologias e ao uso dos materiais por ela propostos.”* No final da aula foram feitas troca de impressões que segundo António Lopes *“me deram mais alento para sair dali e inovar, descobrir novos modelos*

e materiais. De pequenos objectos podemos criar matemática. Eles sabiam que Emma Castelnuovo era uma das impulsionadoras do MMM em Itália, uma adepta da construção dos próprios materiais didácticos e da aplicação da matemática ao real, como é disso exemplo um artigo escrito numa revista que relaciona o movimento da Terra com a geometria de Euclides. Quando eles lhe perguntam que método usa para ensinar Matemática Emma Castelnuovo responde:

“deverão antes perguntar que Matemática se deve ensinar. A Matemática deverá partir do concreto e da realidade, tem que manter um laço estreito com os fenómenos e objectos do dia-a-dia. Uso materiais baratos, construídos artesanalmente” (Lopes, segunda entrevista, 2008).

Emma Castelnuovo ensina Matemática na prestigiada Scuola Media de Tasso, da cidade de Roma, em Itália. É reconhecida mundialmente pelos seus trabalhos de investigação científica do ensino da Matemática e em contacto permanente com matemáticos e psicólogos italianos e estrangeiros, em particular da escola piagetiana.

No relatório feito dessa ida a Roma, os professores metodólogos mencionaram a visita a Emma Castelnuovo, e a forma como esta visita os marcou. No relatório António Lopes refere que

“... Emma Castelnuovo, pessoa de elevados méritos profissionais, com nome feito – feito no campo internacional”

“...assistimos a uma aula da Professora Emma Castelnuovo, o que nos foi muito agradável.”

As conclusões a que chegaram foram:

- 1) os grandes problemas com que se debate o ensino secundário em Itália são iguais aos nossos, mas muito mais agudas⁴ no que diz respeito ao uso de materiais;
- 2) a qualidade das aulas não são as melhores;
- 3) não existe formação de professores para a aplicação dos novos modelos e materiais de ensino.

Também tiveram oportunidade de visitar outras escolas e analisar as práticas de alguns professores. Desta visita concluíram que os professores portugueses não deveriam ter receio de se contrapor aos professores italianos (relatório da visita de Roma – anexo 7).

⁴ A aplicação das novas metodologias preconizadas pelo MMM já deveria estar mais implementada em Itália visto que a sua principal impulsionadora Emma Castelnuovo fazia parte da Comissão italiana, e em 1957 apresentou em Madrid alguns dos seus trabalhos.

Como António Lopes refere no relatório, “foi inútil a visita a estas escolas porque as actividades docentes eram totalmente estranhas ao nosso propósito.”

A conclusão tirada neste relatório foi diferente da tirada em 1957 pelos elementos da comissão que foram à reunião de Madrid. A desmotivação apresentada após a reunião de Madrid⁵ contrasta com o entusiasmo referido no relatório que António Lopes faz da visita oficial a Roma.

⁵ A comissão para a implementação das novas metodologias do MMM em Portugal só foi nomeada em 1963, seis anos após a reunião de Madrid.

CAPITULO 4 - Uma Aula de Outros Tempos

Já se falou muito sobre o uso e construção de materiais de ensino, mas como será aplicar estes novos métodos e materiais na sala de aula?

Vamos planejar uma aula de outros tempos, vamos ver o procedimento para uma aula de geometria e cálculo usando os novos materiais....

A Geometria é dos temas mais abordados na perspectiva da Matemática Moderna pelo Professor António Lopes, todos os materiais por ele construídos ou pelos seus estagiários estavam directamente relacionados com este tema. Na entrevista feita e na análise do seu espólio encontra-se várias referências ao uso dos materiais, mas sempre na área da Geometria.

4.1 - Uma aula de geometria

A palavra geometria é composta por duas palavras gregas: geos (terra) e metron (medida). Esta denominação deve a sua origem à necessidade que, desde os tempos remotos, o Homem teve de medir terrenos.

Ano após ano o Nilo transbordava do seu leito natural, espalhando um rico limo sobre os campos ribeirinhos, o que constituía uma bênção, a base de existência do país dos Faraós, que na época se circunscrevia a uma estreita faixa de terra nas margens do rio. A inundação fazia desaparecer os marcos de delimitação entre os campos. Para demarcarem novamente os limites existiam os "puxadores de corda", os "harpedonaptas" que baseavam a sua arte essencialmente no conhecimento de que o triângulo de lados 3, 4, 5   rectângulo.

As construções das pirâmides e templos pelas civilizações egípcia e babilónica são o testemunho mais antigo de um conhecimento sistemático da Geometria. Contudo, muitas outras civilizações antigas possuíam conhecimentos de natureza geométrica, desde a Babilónia à China, passando pela civilização Hindu. Os babilónicos tinham conhecimentos matemáticos que provinham da agrimensura e comércio e a civilização Hindu conhecia o teorema sobre o quadrado da hipotenusa de um triângulo rectângulo.

A Geometria como ciência dedutiva apenas tem início na Grécia Antiga, cerca de sete séculos antes de Cristo, graças aos esforços de muitos notáveis predecessores de

Euclides, como Tales de Mileto (640 - 546 a.C.), Pitágoras (580 - 500 a.C.) e Eudócio (408 - 355 a.C.).

Platão interessou-se muito pela Geometria e ao longo do seu ensino evidenciou a necessidade de demonstrações rigorosas, o que facilitou o trabalho de Euclides.

Euclides (323 - 285 a.C.) deu um grande contributo para a Geometria escrevendo o livro "Elementos", que é constituído por 13 volumes. Este livro estabeleceu um método de demonstração rigorosa só muito recentemente superado.

A Matemática Moderna levou a um distanciamento da Geometria Euclidiana.

Voltando ao tema que nos propusemos tratar, vamos leccionar uma aula sobre o tema de ângulos inscritos e arco capaz.

Apresentamos aos alunos o modelo da seguinte figura:

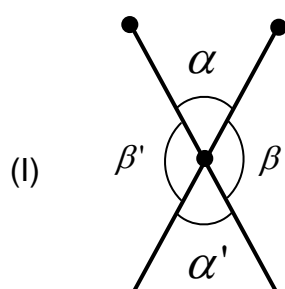


Figura 4.1.1 - Modelo I - Geometria

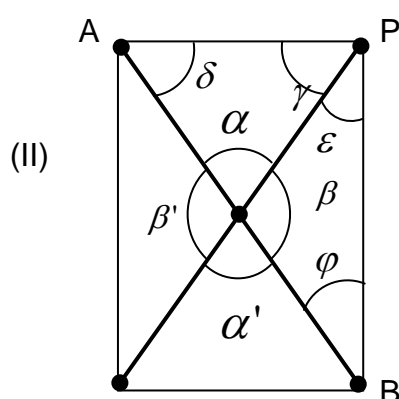


Figura 4.1.2 - Modelo II – Geometria

I - Constituído por duas varetas iguais e articuladas no seu ponto médio. Com este modelo podemos variar os ângulos que eles formam, pelo que lhes digo que em qualquer posição estes ângulos têm certas relações, relações essas que os alunos têm que

escrever no caderno (convite à descoberta das relações invariantes, com a consequente acção mental de comprovação, colocamos o modelo ao seu alcance para que possam manipulá-lo).

Ninguém tem dificuldade em chegar às relações.

II - Ao estender uma corda ou elástico unindo os 4 extremos formo uma figura que todos reconhecemos imediatamente: um rectângulo, o qual se deforma ao abrir ou fechar o ângulo das varetas. O que representam as varetas no rectângulo? Ao mesmo tempo formaram-se novos ângulos, designados por letras, conforme o desenho número 2. Pergunto que novas relações descobrem entre estes ângulos periféricos. Sem dificuldade escrevem: $\gamma = \delta$; $\varepsilon = \varphi$; $\gamma + \varepsilon = 90^\circ$ Estas relações dependem da forma do triângulo? Reconhecem que não variam sem necessidade de insistir.

III – Durante a actividade anterior convém não só deformar o rectângulo como também variar a sua orientação deixando que o manipulem.

Neste momento dou uma posição fixa (horizontal) a uma das varetas AB e movo a outra. Que linha descreve o extremo P da vareta móvel? Que ângulo formam constantemente os pedaços de corda AP e BP? E o extremo oposto a P? Enunciado do lugar. Verificação com um caderno sobre a mesa, deslizando dois dos seus lados de modo a que se apoiem sobre dois pontos cravados na mesa. (Até aqui a experiência foi realizada satisfatoriamente pelos alunos do primeiro e do segundo curso. Continuo agora só com os alunos do segundo).

IV – Anteriormente descobrimos propriedades que relacionam os ângulos centrais da figura 2 e também outras que ligam ângulos periféricos entre si. Proponho agora a procura de relações que liguem ângulos centrais com ângulos periféricos, mais concretamente: Que relação existe entre α e φ ? A resposta demora. Não falta quem pense que são iguais, mas não estão seguros disso. Para facilitar a resposta coloco outra vareta na bissectriz de α , o eixo de simetria do rectângulo; mas este recurso também não parece suficiente. Convido-os a reflectir sobre o rectângulo que é a folha de papel de cada aluno, pedindo-lhes que tracem as suas diagonais e marquem os símbolos α , φ . Sugiro-lhes que dobrem a folha para marcar o eixo, bissectriz de α com o qual obtenho já duas constatações correctas. Ao perguntar a explicação do porquê um dos

alunos surpreende-me com uma explicação convincente. Este aluno, depois de dobrar a folha, duplica-a, colocando a do seu colega ao lado, observando imediatamente a igualdade de α com o dobro de φ . Esta inesperada colaboração convence os restantes alunos, os quais reconhecem que a propriedade subsiste ao deformar o rectângulo. Giro, então, a vareta OP, mantendo fixos A e B e pergunto: Qual gira mais depressa, a vareta OP ou a corda BP? Quantas vezes mais depressa tem de girar para que α seja sempre o dobro de φ ?

O ângulo descrito por OP será chamado central e o descrito por PB será chamado inscrito. Que relação existe entre ambos? Anotamos. Explico-lhes o porquê da denominação de central e inscrito relativamente à circunferência descrita por P.

V – A partir deste momento o modelo pode ficar reduzido a um simples triângulo isósceles materializado pelas duas varetas iguais, OP e OB, articuladas no ponto O e uma corda esticada entre os pontos livres P e B. Todo este ângulo (central) descrito por OP será duplo do ângulo descrito ao mesmo tempo pela corda BP (ângulo inscrito), enquanto OB permanece imóvel. Se acrescentarmos uma terceira vareta, OQ, podemos materializar e fixar um ângulo central, POQ, enquanto as cordas PB e BQ materializam o ângulo inscrito PBQ, ângulo que se converterá em móvel se girarmos OB (mantendo agora fixos POQ). A invariância do ângulo central α e da relação anteriormente descoberta $\varphi = \frac{1}{2}\alpha$ permite definir um novo lugar geométrico pela generalização do anterior: o arco capaz do ângulo PBQ, arco descrito por B.

Esta foi a forma que conduziu heurísticamente à descoberta do arco capaz pelos alunos do segundo curso e os modelos simples de que me socorri. Mais tarde propus aos meus alunos de cursos mais avançados a realização de novos modelos sobre a mesma ideia, com o objectivo de que a explicação dos lugares geométricos que neles se descobrem lhes permitisse uma revisão do tema.

Um desses modelos consiste nas varetas PB e BQ que giram à volta de dois pontos fixos (improvisadas com duas bobines de fita de máquina de escrever). Um fio resistente assegura a igualdade dos ângulos. A intersecção B descreve assim o arco do ângulo capaz.

Outro dos modelos está construído por duas varetas articuladas com um lado comum. Os alunos construíram-no com elementos do jogo Mecano. As diagonais

materializam-se estendendo cordas entre os vértices opostos. Se fixarmos os lados OA e OC e movermos OB, o ângulo móvel MON é invariável por ser metade do ângulo fixo AOC; logo, também é invariável o ângulo ABC de lados perpendiculares, enquanto B descreve o seu arco capaz.

Em contrapartida, se fixarmos o ângulo MBN e movermos BO permanecem constantes no movimento o ângulo AOC (de lados paralelos a MBN) e a sua metade, MON, enquanto O descreve o arco capaz deste último.

Ao apresentar o modelo aos alunos (do quarto curso e superiores) sugere-se-lhes as duas possibilidades dinâmicas e pergunta-se-lhes que ângulos permanecem constantes no movimento.

Observação:

No ponto de partida, ao tomar o rectângulo como meio intuitivo mais rápido para captar certas propriedades do triângulo rectângulo (a sua metade), coincido com o professor Drenkhahn, de Flensburg (Alemanha) e creio que o segredo da eficácia intuitiva do rectângulo que materializei, começando pelas suas diagonais, reside essencialmente no facto de ser uma forma geométrica frequente em tudo o que nos rodeia. A criança tem, desde a mais tenra idade, uma grande riqueza de vivências dela, e são no fundo essas vivências as que contribuem no processo heurístico inicial conducente à descoberta do lugar de Thales.

Como referi anteriormente a Geometria era o tema de eleição do professor António Lopes, contudo as calculadoras foi uma das inovações tecnológicas apresentadas em 56 na reunião de Madrid.

4.2 - Uma aula sobre calculadoras (iniciação às máquinas de calcular)

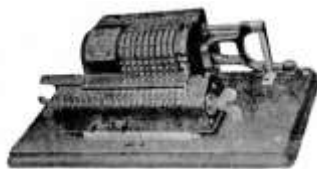


Figura 4.2.1 - Máquina de calcular

A palavra "cálculo" tem sua origem no termo latim para "pedra". Acredita-se que elas tenham sido um dos primeiros instrumentos utilizados pelo homem para calcular.

Na verdade, acredita-se que a prática de reorganizar as pedras em colunas deu origem à primeira calculadora, o ábaco, que se originou na China, no século VI a.C.

O ábaco tem, no entanto, uso limitado e, nos 24 séculos seguintes, foi o único e principal mecanismo existente para calcular. A ciência dos cálculos permaneceu um trabalho enfadonho e tedioso, geralmente impedindo o progresso científico. Isto tinha especial significado na área da astronomia, onde cálculos estupendamente enormes eram necessários para determinar as órbitas e os movimentos dos planetas. Realizados inteiramente à mão, tais cálculos levavam anos para serem completados pelos matemáticos.

A primeira máquina de somar de verdade foi construída em 1642, pelo francês Blaise Pascal (1623-1662), filho de um cobrador de impostos. Filósofo e matemático, Pascal cresceu observando seu pai ocupado em horas de cálculos tediosos. Determinado a reduzir o trabalho do pai (e possivelmente o seu próprio no futuro, pois também pensava em se tornar um cobrador de impostos), construiu aos 19 anos um aparelho automático que, girando suas pequenas rodas, adicionava e subtraía.

Em 1671, o matemático alemão Gottfried Wilhelm Von Leibniz (co-inventor do cálculo com Isaac Newton) construiu um mecanismo, a "roda graduada", capaz de fazer as quatro operações fundamentais e ainda extrair raiz quadrada. O cartão perfurado foi criado na primeira metade do século XVIII, mas a aplicação de seu princípio à máquina de calcular só se deu em 1880, por iniciativa do americano Herman Hollerith (1860-1929), que trabalhava no departamento de recenseamento dos Estados Unidos e estava preocupado com a quantidade de informações que precisava ser gravada e processada. Ele abriu a sua própria empresa em 1896 e, ao lado de dois sócios, em 1924, fundou a IBM (International Business Machines).

Esta lição é destinada a alunos de 12 a 13 anos com a intenção de lhes dar ideias muito esquemáticas e gradualmente ordenadas que lhes permitam chegar a conceber progressivamente a possibilidade de realizar mecanicamente as operações aritméticas. As questões de detalhes construtivos foram deliberadamente omitidas (e às vezes até ligeiramente falseados) com o objectivo de aclarar os conceitos essenciais dos esquemas.

4.3 - Máquinas de somar e subtrair

Máquinas de escalas móveis - Mandamos os alunos construir modelos de cartão ou madeira, formados por duas escalas. Uma das escalas é fixa com divisões equidistantes de centímetro em centímetro e numeradas de 0 a 9.

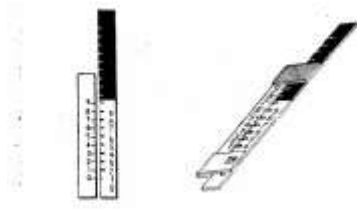


Figura 4.3.1 - Máquinas de escala móvel

Na outra escala os traços são substituídos por orifícios ou ranhuras nas quais penetra a ponta de um estilete que lhe imprime o movimento de deslizamento. Nesta segunda régua são escritos os números de 0 a 9, mas deslocados de modo a que o zero apareça no pequeno espaço aberto na parte inferior do suporte quando as duas origens das escalas coincidem.

Deslocando, por exemplo, a escala móvel dois centímetros para baixo, o número 2 aparece no espaço aberto. A soma $2 + 5$ realiza-se automaticamente por meio de duas deslocações consecutivas de 2 + 5 centímetros obtidas colocando o estilete nos orifícios sucessivamente colocados à frente do 2 e do 5 da escala fixa e empurrando para baixo até à parte inferior. O número 7 aparece no espaço aberto. Obviamente, seria impossível continuar a somar indefinidamente desta mesma forma. Se quisermos, por exemplo, somar 6 unidades ao resultado 7 obtido, como a sucessão de números da escala só chega até 9, teremos que nos limitar a obter o algarismo das unidades de $7 + 6$. Isto equivaleria a descer 6 e subir 10, o que equivale a subir 4, complemento de 6, até ao limite superior. A decisão de subir ou baixar o estilete, conforme a soma fique acima ou abaixo de 10, automatiza-se observando a cor da régua móvel (branco ou preto) à frente do número a somar. Assim, por exemplo, na soma anterior, vemos que o orifício à frente do 6 está na zona preta; temos, pois, que subir o estilete. Resumindo, há que baixar o estilete se a ranhura está branca ou subi-lo se está preta, até ao limite inferior ou superior, respectivamente. O número de golpes do estilete sobre o limite superior será o número de dezenas transportadas. Com este pequeno modelo podemos, pois, efectuar somas de colunas de algarismos, desde que retenhamos na memória o número de golpes superiores. Mas este transporte de dezenas pode também automatizar-se se colocarmos à

esquerda da escala móvel outra escala igualmente furada e graduada e deslizarmos o estilete ao longo da ranhura da parte superior que faça penetrar o estilete na escala móvel da esquerda, fazendo-a descer um centímetro por cada dezena transportada. Aqui reside o fundamento das máquinas de escalas móveis usadas no comércio.

Máquinas de cilindros registadores – Se a escala de números de 0 a 9 se escrever sobre a superfície lateral de um cilindro, os algarismos das unidades repetir-se-ão periodicamente e não haverá necessidade de mudar o sentido do movimento. Todavia, seria incómoda a manipulação do estilete girando à volta do cilindro; a mão pede-nos um movimento rectilíneo cómodo. Solução: transformar este movimento em movimento circular, através de uma cremalheira cujos dentes engrenem com dez dentes da roda (um dente por cada unidade). Quando a soma excede 9, os algarismos 0, 1, 2, 3,... reaparecem, e a dezena transporta-se para o cilindro seguinte, através de um qualquer dispositivo saliente da roda móvel que impulse em cada volta um só dente da roda seguinte.



Figura 4.3.2 - Estilete

As indicações anteriores sobre os modelos expostos são suficientes para fazer compreender aos alunos a mecanização da adição decimal. Os aperfeiçoamentos destas ideias que conduzem às máquinas de teclas, às caixas registadoras dos armazéns, etc. são mais fáceis de compreender, pois acrescentam a automatização de um deslocamento ou de uma volta proporcional ao número inscrito na tecla premida.

Máquinas para multiplicar ou dividir – Com as máquinas de somar a multiplicação pode efectuar-se mediante adições sucessivas. Mas em vez de repetir os deslocamentos aditivos podemos dispor rodas motrizes cujo número de dentes possa variar de 0 a 9 e que engrenem directamente com os cilindros registadores.

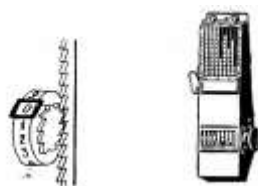


Figura 4.3.3 - Máquinas de multiplicar e dividir

Desta forma, se fizermos sair 5 dentes da roda motriz, 7 voltas completas farão o mesmo efeito que 7 deslocamentos consecutivos, como o que se registará o produto de 5 x 7. Vários cilindros registadores com as suas correspondentes rodas permitirão, assim, ir somando consigo mesmos um número de vários algarismos, tantas vezes quantas as voltas que se dá às rodas motrizes movimentadas. A multiplicação por um número de vários algarismos obter-se-á calculando os produtos parciais e adicionando-os progressivamente depois de deslocar o grupo de cilindros registadores um lugar decimal para a direita, logo que esteja efectuada a adição do produto parcial anterior.

A adição efectua-se inversamente, registando o dividendo no grupo de cilindros registadores e o divisor no grupo de rodas motrizes. Os algarismos do quociente obtêm-se pelo número de voltas que se pode dar ao motor em sentido inverso (subtracção) antes de esgotar o dividendo ou os seus restos parciais. Um simples contador de voltas regista os números do referido quociente.

REFLEXÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Nóvoa, “as coisas da educação discutem-se, quase sempre, a partir das mesmas dicotomias, das mesmas oposições, dos mesmos argumentos. Anos e anos a fio.”

O resultado da pesquisa sobre o uso de métodos e materiais diversificados no ensino da Matemática na década de 60, constata-se através do depoimento na primeira pessoa, do professor metodólogo António Lopes, do Porto, e através da lista de pessoas que frequentaram o curso de Verão de 63 sobre métodos e materiais de ensino, no Porto.

Embora tendo presente que os dados obtidos não são passíveis de generalização, dada a época e a inovação a ser introduzida.

Assim sendo, pode-se concluir que a busca de vestígios materiais da inserção do Movimento da Matemática Moderna nas práticas escolares constitui uma questão instigante para a história da educação matemática, especialmente por se tratar de reconstituir traços de uma cultura escolar sedimentada em tempos passados e pela limitação dos arquivos escolares.

O nosso propósito ao iniciar este trabalho era identificar se antes da década de 60 já havia interesse no uso de novos modelos\materiais de ensino e quais; e de que modo os professores os aplicaram e usaram na sua prática docente.

O estudo das teses e dissertações relativas ao MMM permitiu-nos conhecer esse movimento que ocorreu no âmbito internacional e chegou a Portugal nos anos 60.

No nosso país só na década de 60 é que se criou uma comissão para a implementação dos modelos\materiais preconizados pelo MMM. Esse movimento ocorreu com o propósito de modernizar o Ensino da Matemática, oferecendo um ensino mais qualificado, adaptando-o aos anseios dos alunos pertencentes a uma sociedade que esteve em rápida evolução tecnológica.

Neste cenário nacional, o professor António Lopes destacou-se como professor metodólogo na aplicação de novos modelos\materiais de ensino na sua prática docente e dos professores que orientou.

Da análise de alguns documentos do espólio António Lopes constatou-se que houve alguns professores que aderiram e aplicaram os novos modelos\materiais na sua prática docente.

A reunião de Madrid em 1957 foi um dos marcos mais importantes para a implementação do MMM em Portugal, e referido várias vezes em artigos e em intervenções feitas por elementos da comissão (que foi a Madrid), referentes à aplicação e construção de novos modelos\materiais de ensino. De tal modo, que em 1960, António Lopes publica na *Labor* um artigo sobre este mesmo assunto, em que refere os materiais que utiliza e os conteúdos onde os aplica.

Se no dizer de Chartier (1990) é importante compreender as práticas escolares como dispositivos de transformação material de outras práticas culturais e os seus produtos, não podemos esquecer que a proliferação do uso dos novos modelos\materiais preconizados pelo Movimento Matemática Moderna em Portugal, nas décadas de 60 e 70, introduziu uma espécie de “revolução”, não só do rol de conteúdos matemáticos, como também na sua forma de apresentação. Justamente, naqueles anos 60, organizaram-se grupos em três zonas do país - Lisboa, Porto e Coimbra - para a difusão da nova matemática.

Tratava-se de uma "revolução curricular", ainda controversa nos bastidores da comunidade académica. Porém, a brusca mudança do conteúdo/forma do livro didático de Matemática naquele momento histórico trouxe, acima de tudo, uma grande resistência de seus principais usuários, ou seja, os professores (Pinto, 2005). Não foram apenas as mudanças na estrutura de apresentação dos conteúdos que tornaram diferentes os livros didáticos de Matemática. Estes passaram a ser descartáveis.

De um modo geral, é possível dizer que "moderno" significava "eficaz", de "boa qualidade", opondo-se a "tradicional" em vários momentos. Enfim, era uma expressão carregada de valoração positiva, numa época em que o progresso técnico ele mesmo era depositário, no modo do pensar dominante, das expectativas de resolução dos principais problemas económicos e sociais e de conquista do bem-estar material para o conjunto da sociedade (Burigo, 1990, p. 259)

Ao tratar a matemática como algo neutro, destituída de história, desligada dos seus processos de produção, sem nenhuma relação com o social e o político, o ensino da Matemática Moderna, veiculado por inúmeros livros didático da época, parece ter-se descuidado da possibilidade crítica e criativa dos aprendizes. E os indícios preliminares da apropriação do movimento são que o moderno, da disciplina Matemática, foi incorporado, pelos professores e alunos, mais como um conjunto de novos dispositivos e nomenclaturas de uma nova linguagem.

Para Piaget (1984, p. 14), "mesmo no campo da Matemática, muitos fracassos escolares se devem àquela passagem muito rápida do qualitativo (lógico) para o quantitativo (numérico)". Referindo-se ao ensino da "Matemática Moderna" Piaget (1984) advertia, desde a década de 50, que essa experiência poderia ser prejudicada pelo facto de que, embora seja "moderno" o conteúdo ensinado, a maneira de o apresentar, permanece às vezes arcaica do ponto de vista psicológico, enquanto fundamentada na simples transmissão de conhecimentos, mesmo que se tente adoptar (e bastante precocemente, do ponto de vista da maneira de raciocinar dos alunos) uma forma axiomática (...). Uma coisa, porém, é inventar na acção e assim aplicar praticamente certas operações; outra, é tomar consciência das mesmas para delas extrair um conhecimento reflexivo e sobretudo teórico, de tal forma que nem os alunos nem os professores cheguem a suspeitar de que o conteúdo do ensino ministrado se pudesse apoiar em qualquer tipo de estruturas "naturais" (Piaget, 1984, p. 16-17).

Como lembra Piaget, o princípio fundamental dos métodos activos deve ser buscado na história das ciências. Assim, "compreender é inventar, ou reconstruir através da reinvenção".

Falando a respeito de um ensino moderno e não tradicional da Matemática, tal como Papy se havia posicionado sobre o Ensino da Matemática, o autor sugere aos professores "falar à criança na sua linguagem antes de lhe impor uma outra já pronta e por demais abstracta, e sobretudo levar a criança a reinventar aquilo que é capaz ao invés de se limitar a ouvir e repetir" (1984, p. 17). Considerando, finalmente, os indícios de que o termo "moderno" foi apropriado a partir de diferentes leituras, que segundo Chartier (1990) podem expressar os "desvios" ao modelo, resta-nos desenvolver, como tem observado Valente (2003, p. 250), "investigações sobre o que ocorreu com a disciplina matemática durante este período", buscando novas evidências das formas como as ideias desse importante movimento foram incorporadas pelos agentes escolares. Uma dessas buscas seria recolher depoimentos acerca dos significados dados pelos protagonistas da história às ideias centrais do movimento nas suas práticas escolares. A compreensão da forma como esse movimento marcou as práticas escolares requer, portanto, estudos mais rigorosos, com maiores evidências de como o quotidiano escolar incorporou o conceito de moderno.

CRONOLOGIA DO PROFESSOR ANTÓNIO AUGUSTO LOPES

1917	Nasce a 21 de Março, na freguesia da Nave, concelho do Sabugal e distrito da Guarda, filho de um militar
1923	Vai viver para Pinhel com a família
1924	Aprende as primeiras letras pela <i>Cartilha Maternal</i> , em Pinhel
1927	Termina a escola primária
1927	Inicia os estudos liceais no Liceu da Guarda
1935	Conclui os estudos liceais, na Guarda
1935	Inscribe-se na Faculdade de Ciências de Coimbra
1938	Inicia o seu estágio pedagógico no Liceu D. João III
1941	É colocado a dar aulas em Castelo Branco e pede transferência para o Porto
1948-52	É colocado em Chaves mas é requisitado para o Liceu D. João III, em Coimbra
1953	É colocado no Liceu Alexandre Herculano, no Porto
1957	Inicia a preparação dos estagiários usando os métodos do MMM
1963	Integra a comissão do MMM em Portugal
1963	Viaja a Atenas e a Itália para estudo das novas metodologias
1965	Integra a equipa da Telescola

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Albuquerque, Irene de. *Metodologia da Matemática*. Rio de Janeiro: Ed. Conquista, 1953.
- Azevedo, Edith D. M. *Apresentação do trabalho Montessoriano*. In: Ver. de Educação & Matemática no. 3, 1979 (pp. 26 - 27)
- Biklen, S. Bogdan (1994) *Investigação qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Candeias, Rui (2007), tese de dissertação *Inovações no ensino da matemática nas décadas de 1960 a 1970, em instituições particulares, no ensino primário, o ensino da matemática na cooperativa de ensino a Torre e no colégio Vasco da Gama*.
- Castelnuovo, E. *Didática de la Matemática Moderna*. México: Ed. Trillas, 1970
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Granada: Universidade de Granada [Tese de doutoramento - documento policopiado].
- Certeau, M. (1982). *A escrita da história*. Rio de Janeiro: Forense Universitária.
- Chartier, R. *A história cultural: entre práticas e representações*, Lisboa: Difel, 1990.
- Chervel, A. (1990). *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa*. Teoria & educação, 2, 177-229.
- D'Ambrósio, U. (1996). *Educação Matemática: Da teoria à prática*. São Paulo: Papirus.
- Diennes, Z. P. *Aprendizado moderno da matemática*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.
- Félix, L. (1967). *Matemática Moderna*. Viseu: Editorial Estúdios Cor.
- Geertz, C. (1989). *A interpretação das culturas*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S.A.
- Gilly, M., Fraisse, J. & Roux, J.-P. (1988). *Résolution de problèmes en dyades et progrès cognitifs chez des enfants de 11 à 13 ans: dynamiques interactives et socio-cognitives*. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 73-92). Fribourg: Del Val.

- Goodson, I. Dar voz ao professor: as histórias de vida dos professores e o seu desenvolvimento profissional. IN: Nóvoa, A.(org) Vida de professores. Porto, Portugal: Porto Editora, 1995.
- Julia, D. A cultura escolar como objeto histórico. Revista Brasileira de História da Educação. Campinas, SP: SBHE\Editora Autores Associados, nº1, p. 9-43, jan.\jun. 2001.
- Lorenzo, M. F. (Ed.). (2005). Repensar la historia de la educación: nuevos desafíos, nuevas propuestas. Madrid, España: Editorial Biblioteca Nueva.
- Matos, J. M., 1989 Cronologia recente do ensino da Matemática. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Matos, J. M. (2004). *Cronologia recente da Educação Matemática*. Em www.phoenix.sce.fct.unl.pt/jmmatos/CLIVROS/CLVRSHTM/CRONOL/CRONPRF.HTM
- Matos, J. (2004). *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: Estudos históricos comparativos*. (Projecto no âmbito do convénio GRICES/CAPES).
- Ponte, J. P. (1993). A educação matemática em Portugal: Os primeiros passos de uma comunidade de investigação. *Quadrante*, 2 (2), 95-126.
- Ponte, J. P. (2003). O ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? In *O ensino da Matemática: Situação e perspectivas* (pp. 21-56). Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- Ponte, J. P., Boavida, A. M., Graça, M. & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento do Ensino Secundário.
- Kline, M. (1976). *O Fracasso da Matemática Moderna*. São Paulo: Ibrasa-Instituição Brasileira de Difusão Cultural S.A. . (tradução do original publicado em inglês em 1973)
- Silva, J. C. (1995). O pensamento pedagógico de José Sebastião e Silva. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, 32, 101-114.
- Silva, J. S. (1975). *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática*, (Vol. 1). Lisboa: Edição GEP do Ministério da Educação e Investigação Científica.
- Silva, J. S. (1977). *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática*, (Vols. 2-3). Lisboa: Edição GEP do Ministério da Educação e Investigação Científica.

Silva, J.S. (1978). Bento Caraça e o ensino da Matemática em Portugal Vértice, XXXVIII (41214131414), (516-523).

Simon, F. & Depaepe, M. (2005). Fuentes y métodos para la historia del aula. Madrid, España: Editorial Biblioteca Nueva

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didatique des Mathématiques, 10(23), 133-170.

Revuz, A. (s.d.). *Matemática Moderna Matemática Viva*. (2ª ed.) Lisboa: Livros Horizonte. (tradução do original publicado em francês)

FONTES

Adam, Puig P. (1957). El material didáctico actual. Madrid, España: Inspección Central de Enseñanza Media, Ministerio de Educación Nacional.

Félix, Lucienne (1960). Mathématiques modernes et enseignement élémentaire. Paris : Librairie Scientifique Albert Blanchard.

Dumont, M (1964). Études intuitives des ensembles. Paris: Dunod

Gattegno, C.; Servais, W. ; Castelnovo, Emma e outros (1958) Le matériel pour l'enseignement des mathématiques. Suisse : Delachaux et Niestlé S.A.

OECE (1961). Mathématiques nouvelles. França: Bureau du personnel scientifique et technique.

Piaget, J. ; Dieudonné, J. e outros (1955). L'enseignement des mathématiques. Suisse : Delachaux et Niestlé S.A.

http://web.lettras.up.pt/7clbheporto/trabalhos_finais/eixo1/IA995.pdf

ANEXOS

Anexo 1

ÉTAT ACTUEL DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES TENDANCES ET ÉVOLUTION

FEUILLE DE RENSEIGNEMENTS

(à retourner avec le questionnaire)

1. Veuillez énumérer ci-dessous les types d'écoles classées dans les catégories proposées d'établissement de l'enseignement secondaire.*

Catégorie A. PRÉPARATION AUX ÉTUDES UNIVERSITAIRES		Catégorie B ÉTABLISSEMENTS NE PRÉPARANT PAS AUX ÉTUDES UNIVERSITAIRES
I. ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE	II. ENSEIGNEMENT NON SCIENTIFIQUE	

2. On sait que les données statistiques dont on peut disposer varient d'un pays à l'autre. Veuillez indiquer les renseignements les plus récents dont vous disposez en précisant ci-dessous l'année à laquelle ils se réfèrent.

ANNÉE

3. Dans tout le questionnaire, il est fait mention de l'année scolaire et parfois de l'âge réel correspondant des élèves. Aux fins de comparaison, vous êtes invités à désigner la première année de fréquentation d'une école primaire comme l'ANNÉE SCOLAIRE n° 1 et ainsi de suite pour les années ultérieures jusqu'à la sortie de l'école secondaire, c'est-à-dire : années scolaires 1 à 11, 12 ou 13, selon le cas. Veuillez inscrire ci-dessous l'âge moyen des élèves qui correspond à chaque année scolaire.

* Se référer aux directives dans le volume II de l'enquête publiée en 1958 par l'UNESCO sous le titre "L'Éducation dans le monde". Les diagrammes et les glossaires de ce volume sont joints.

ANNÉE SCOLAIRE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ÂGE DES ÉLÈVES													

4. Qui a rempli le questionnaire ? (c'est-à-dire qui est responsable des réponses) ?

NOM |

FONCTION OCCUPÉE DANS LE SERVICE

5. Les renseignements portés dans la réponse ont-ils été exclusivement puisés à des sources officielles ?

Marquez d'une croix

OUI | ☐

NON | ☐

DANS LA NÉGATIVE : Quels sont les autres organismes ou sources d'information qui ont été consultés ?

(Veuillez indiquer le nom des organismes)

Signature

Date

ÉTAT ACTUEL DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES TENDANCES ET ÉVOLUTION

Pays :

1. Les questions statistiques qui suivent immédiatement ont pour objet de fournir des données générales facilitant la compréhension et l'interprétation des questions ultérieures.

Première question :

QUELS SONT LE NOMBRE ET LE POURCENTAGE DES ÉLÈVES DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE SUIVANT RÉGULIÈREMENT DEUX LEÇONS OU PLUS D'ARITHMÉTIQUE PAR SEMAINE ?

Veuillez remplir le tableau suivant et indiquer le nombre et le pourcentage des élèves correspondant à l'âge inscrit en haut de chaque colonne.

	ÂGE EN ANNÉES							
	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre d'enfants								
Pourcentage des enfants du groupe d'âge considéré	%	%	%	%	%	%	%	%

Commencer par la colonne correspondant à la première année d'étude de l'enseignement primaire.

••

Deuxième question :

QUELS SONT LE NOMBRE ET LE POURCENTAGE DES ÉLÈVES DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE SUIVANT RÉGULIÈREMENT DEUX COURS OU PLUS DE MATHÉMATIQUES PAR SEMAINE ?

Veuillez remplir le tableau suivant et indiquer pour chaque groupe d'âge, le nombre d'enfants suivant les cours de mathématiques et le pourcentage qu'ils représentent par rapport à l'ensemble des enfants de ce groupe d'âge.

Catégorie d'école secondaire (voir notes de couverture)	ÂGE EN ANNÉES									
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
A. Enseignement scientifique										
A. Enseignement non scientifique										
B. Enseignement ne préparant pas aux études universitaires										

Commencer par la colonne correspondant à la première année d'étude de l'enseignement secondaire.



Troisième question :

QUEL EST LE NOMBRE MATHÉMATIQUE MOYEN D'HEURES CONSACRÉES À L'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL AU COURS DE L'ANNÉE SCOLAIRE DANS CHAQUE CLASSE ET QUEL EST LE NOMBRE DE CES HEURES QUI SONT RÉSERVÉES À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ?

Veuillez indiquer le nombre total des heures dans la première colonne du tableau suivant et répondre à côté le nombre moyen d'heures réservées à l'étude des mathématiques en tant que matière régulière d'enseignement, faisant l'objet de deux leçons ou plus par semaine, pour chaque année scolaire.

Catégorie d'école secondaire	COULES SECONDAIRES - ANNÉE SCOLAIRE									
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A. Enseignement scientifique										
A. Enseignement non scientifique										
B. Enseignement ne préparant pas aux études universitaires										

42

COMBIEN L'ANNÉE SCOLAIRE COMPORTE-T-ELLE DE SEMAINES ?

4

EN DEHORS DES HEURES DE CLASSE, QUEL EST POUR CHAQUE ANNÉE
SCOLAIRE LE NOMBRE MOYEN D'HEURES PRÉVUES CHAQUE SEMAINE POUR
L'ÉTUDE DES MATHÉMATIQUES ?

[illegible]

•

QUELS SONT LES TITRES ET L'EXPÉRIENCE REQUIS DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DES ÉCOLES SECONDAIRES DE LA CATÉGORIE A QUI DISPENSENT UN ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE ?

a) En mathématiques, quel est le niveau minimum d'étude et les diplômes minimum qu'on exige des professeurs avant de les admettre à occuper un poste permanent dans l'enseignement ? (Donner quelques renseignements.)

347

- b) En matière de pédagogie, quel est le niveau minimum d'étude et les diplômes minimum qu'on exige des professeurs avant de les admettre à occuper un poste permanent dans l'enseignement ? (Donner quelques renseignements.)
- c) Les professeurs sont-ils tenus de poursuivre leurs études ou de suivre des cours de perfectionnement pour pouvoir être maintenus en poste ? Dans l'affirmative, donner quelques renseignements.
- d) Quel est le pourcentage des professeurs de mathématiques enseignant effectivement dans les établissements de la catégorie A Enseignement Scientifique qui ont les qualifications indiquées ci-dessus aux paragraphes (a) et (b) ?

... %

•••

Septième question :

QUEL EST LE NOMBRE TOTAL DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES (ayant les qualifications énumérées ci-dessus à la sixième question) DONT ON A ACTUELLEMENT BESOIN POUR LES ÉCOLES SECONDAIRES DE TOUTES CATÉGORIES ET COMBIEN EN AURA-T-IL D'ICI CINQ ANS ? D'AUTRE PART, COMBIEN ESTIME-T-ON QU'IL Y AURA DANS CINQ ANS DE PROFESSEURS QUALIFIÉS DE MATHÉMATIQUES OCCUPANT ÉFFECTIVEMENT UN POSTE ?

Nombre de Professeurs de Mathématiques dont on a besoin ACTUELLEMENT
Nombre de Professeurs de Mathématiques dont on aura besoin dans CINQ ANS
Nombre de Professeurs de Mathématiques prévus dans CINQ ANS

•••

Huitième question :

QUELLES SONT LES CONDITIONS D'ADMISSION ET LES ÉTUDES QU'ON POURSUIT DANS LES COLLÈGES DE FORMATION DES PROFESSEURS QUI SE DESTINENT À L'ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE ET PRIMAIRE OU À DES

ÉCOLES ADMETTANT LES ENFANTS JUSQU'À L'ÂGE DE DIX-SEPT ANS ? Veuillez répondre séparément aux questions suivantes :

- a) Quelles sont les connaissances minimum qui sont exigées en mathématiques pour l'admission ?
- b) Que comporte l'étude des mathématiques au collège de formation de professeurs ? Veuillez énumérer les cours ?
- c) Exige-t-on des études pédagogiques spéciales dans l'enseignement des mathématiques ? Dans l'affirmative, veuillez donner des précisions.

* *

Neuvième question :

DES COURS DE PERFECTIONNEMENT OU DE COMPLÉMENT SONT-ILS ORGANISÉS POUR LES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES EN FONCTION Par l'État ou par d'autres organismes ? Dans l'affirmative, veuillez donner des précisions.

- a) Les universités présentent-elles leur concours ? Dans l'affirmative, sous quelle forme ?
- b) Les organisations professionnelles présentent-elles leur concours ? Dans l'affirmative, sous quelle forme ?

* *

Dixième question :

a) CERTAINES REVUES (ANNUELLES, TRIMESTRIELLES, MENSUELLES, SEMESTRIELLES) PUBLIÉES DANS VOTRE PAYS ONT-ELLES DIRECTEMENT POUR OBJET (EXCLUSIF OU NON) DE RENSEIGNER LES PROFESSEURS SUR L'ÉVOLUTION DES MÉTHODES D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ? DANS L'AFFIRMATIVE, VEUILLEZ EN DONNER LA LISTE AVEC L'INDICATION DU TITRE ET DE L'ÉDITEUR.

TITRE

ÉDITEUR

b) DES MONOGRAPHIES ONT-ELLES ÉTÉ PUBLIÉES DEPUIS 1950 SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LES ÉCOLES SECONDAIRES ? VEUILLEZ EN INDiquer LES TITRES, LES AUTEURS ET LES ÉDITEURS.

TITRES

AUTEURS

ÉDITEURS

Dixième question :

Les programmes adoptés par de nombreux pays constituent un cadre essentiel pour l'enseignement des mathématiques ; c'est pourquoi dans cette enquête il est demandé quand ces programmes ont été adoptés ainsi que les changements qui y ont été apportés depuis leur adoption.

a) QUI ÉTABLIT LE PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES DES ÉCOLES SECONDAIRES ? INDiquer L'AUTORITÉ RESPONSABLE SELON LA CATÉGORIE DE L'ÉCOLE.

- i) *Catégorie A.* Enseignement scientifique.
- ii) *Catégorie A.* Enseignement non scientifique.
- iii) *Catégorie B.* Enseignement ne préparant pas à l'entrée à l'Université.

b) INDiquer BRIÈVEMENT LES MODALITÉS D'ÉTABLISSEMENT DU PROGRAMME POUR LES LOUELS SCIENTIFIQUES DE LA CATÉGORIE A.

Onzième question :

JOINDRE AU QUESTIONNAIRE LES DERNIERS PROGRAMMES IMPRIMÉS DES COURS D'ARITHMÉTIQUE ET DE MATHÉMATIQUES POUR LES ÉTABLISSEMENTS D'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE ET SECONDAIRE EN INDICANT LA DATE DE LA PUBLICATION.

Treizième question :

EXISTE-T-IL DANS VOTRE PAYS UN CORPS D'INSPECTEURS D'ENSEIGNEMENT POUR LES MATHÉMATIQUES ?

OUI ☐

NON ☐

Dans l'affirmative :

- i) Quels sont les titres exigés d'un inspecteur ?
- ii) Comment les inspecteurs sont-ils recrutés ?
- iii) Quelles sont leurs fonctions ?
- iv) Rapport du nombre des professeurs au nombre des inspecteurs ?

Quatorzième question :

ACTUELLEMENT, LE PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES ÉVOLUE-T-IL OU SE MODIFIE-T-IL SÉRIÉLIEMENT DANS VOTRE PAYS ? DANS L'AFFIRMATIF, EXPOSER LA SITUATION.

Quinzième question :

DECRIBRE BRIÈVEMENT LE DERNIER CHANGEMENT IMPORTANT AYANT MODIFIÉ LE PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES DANS VOTRE PAYS. DONNER LA DATE D'ENTRÉE EN VIGUEUR DE CE CHANGEMENT.

Seizième question :

Depuis quelques années, les idées ont un peu évolué en ce qui concerne les méthodes d'enseignement des mathématiques. Comme toujours dans de pareils cas, les avis divergent quant aux meilleures méthodes à adopter. On a posé les questions suivantes en vue de déterminer la nature des mesures que les pays ont jugé utile de prendre dans ce domaine.

DECRIBRE BRIÈVEMENT LES PRINCIPALES ÉTUDES D'INTÉRÊT NATIONAL ENTREPRISES SUR LE PROGRAMME ACTUEL ET LES MÉTHODES D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES. DECRIBRE CHAQUE ÉTUDE SÉPARÉMENT ET INDICQUER SI ELLE EST EFFECTUÉE PAR UN ORGANISME OFFICIEL, UN ORGANISME AYANT UN APPUI OFFICIEL OU DES ORGANISMES NON OFFICIELS.

Dix-septième question :

DES AUTRES MANUELS CONTRAINTS SE LIRENT-ILS PLUS SOUVENT DANS LES ÉCOLES SECONDAIRES SCIENTIFIQUES DE LA CATÉGORIE A ? INDICUER LES TITRES, LE NOM DES AUTEURS ET LEURS FONCTIONS ACTUELLES AINSI QUE LES ÉDITEURS.

Dix-huitième question :

a) QUEL CHOISIT LES MANUELS DEVANT ÊTRE UTILISÉS POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LES ÉCOLES SECONDAIRES SCIENTIFIQUES DE LA CATÉGORIE A ?

On peut cocher plusieurs rubriques.

COCHER LES CASES
CORRESPONDANTES

a) Le Professeur ...

b) Le Chef de la Section ou le Directeur de l'Établissement

c) Le Directeur régional de l'Enseignement

d) Un Comité consultatif à cette fin

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

b) LES MANUELS DOIVENT-ILS SATISFAIRE A UN ENSEMBLE DE NORMES OU DE RÈGLES APPLICABLES A L'ÉCHÉLON NATIONAL ? DANS L'AFFIRMATIVE, EXPOSER LA SITUATION.

Dix-neuvième question :

EXISTE-T-IL DES REVUES PUBLIÉES A L'INTENTION DES ÉLÈVES DES ÉCOLES SECONDAIRES S'INTÉRESSANT AUX MATHÉMATIQUES OU PARTICULIÈREMENT DOUTES ? DANS L'AFFIRMATIVE, INDICUER S'IL POSSIBLE LES TITRES DE CES REVUES, LE NOM DES ÉDITEURS ET LEUR TITRAGE.

TITRE

ÉDITEUR

TITRAGE

Vingtième question :

EXISTE-T-IL EN DEHORS DES ACTIVITÉS SCOLAIRES OU SCOLAIRES DES CLUBS D'ÉLÉVÉS OU L'ON S'INTÉRESSE AUX QUESTIONS MATHÉMATIQUES ?

COCHER LES CASES
CORRESPONDANTES

- a) Il existe de nombreux clubs de ce genre
- b) Il existe quelques clubs de ce genre
- c) Il n'existe pas de tels clubs



Vingt-et-seizième question :

RÉPONDRE AUX QUESTIONS SUIVANTES RELATIVES À L'ARITHMÉTIQUE ET AUX MATHÉMATIQUES.

Sans faire de distinction entre les différentes catégories d'Écoles, répondre aux Questions suivantes relatives aux Mathématiques.

A. ARITHMÉTIQUE. À1. COURS DE QUELLE ANNÉE SCOLAIRE LES PROBLÈMES CI-DESSUS FIGURENT-ILS POUR LA PREMIÈRE FOIS AU PROGRAMME ?

	ANNÉE SCOLAIRE
a) $68 \div 25$	
b) $804 \div 247$	
c) Les tables de multiplication jusqu'à 10×10 ou au-delà	
d) addition $784,92$ $27,38$ $67,67$ $591,59$	
e) $2\frac{3}{5} \times 5\frac{7}{12}$	
f) 684×342	
g) $2\frac{3}{4} \div 1\frac{5}{8}$	
h) $375,24$ divisé par $17,3$	
i) Calculer mentalement 4×239	
j) De quel nombre 6 est-il les 15 % ?	
k) L'enseignement des opérations arithmétiques, décrites ci-dessus, est-il complété par des explications théoriques destinées à faciliter la compréhension de ces questions ? Dans l'affirmative, expliquer brièvement, comment et quand ces explications sont données.	

Répondre aux questions suivantes relatives aux élèves fréquentant les écoles de la Catégorie A.

B. MATHÉMATIQUE. AU COURS DE QUELLE ANNÉE SCOLAIRE LES ÉLÈVES FRÉQUENTANT LES ÉCOLES SECONDAIRES DE LA CATÉGORIE A. APPRENNENT-ILS À RÉSOUDRE LES PROBLÈMES SUIVANTS ? INDUQUER SI LA MATIÈRE CONSIDÉRÉE N'EST PAS ENSEIGNÉE.

	ANNÉE SCOLAIRE	
	ENSEIG. SCIENT.	ENSEIG. NON SCIENT.
a) Résoudre $3x - 7 = 2x + 4$		
b) Résoudre $3x^2 - 15x - 18 = 0$		
c) Résoudre $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$		
d) Deux trains parcourent chacun 960 kms. Le premier met 4 heures de plus que l'autre. Il fait en moyenne 20 kms à l'heure de moins que l'autre. Trouver la vitesse de chaque train.		
e) Résoudre et discuter suivant les valeurs de m : $(m + 1)x^2 + (2m + 1)x + (m - 2) = 0$		
f) 17 est un nombre écrit en numération décimale. L'écrire dans le système à base 6.		
g) Représentation graphique de $y = 3x + 2$		
h) Représentation graphique de $y = \frac{3x + 8}{4x - 5}$		
i) Développer $(3x - 2)^2$		
j) Prouver par récurrence l'égalité : $1 + 4 + 9 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}(2n + 1)(n + 1)$		
k) Donner la valeur $\frac{\sqrt{16} - \sqrt{3}}{\sqrt{49} - \sqrt{2}}$		
l) Formule relative à ces (x, y) et démonstration.		
m) Formule concernant le cosinus d'un angle d'un triangle quelconque et démonstration.		
n) Calcul de l'aire d'un triangle de base 8 cm et de hauteur 5 cm.		

B. MAÎNIMAMOMUS (mâie)

	ANNÉE SCOLAIRE	
	ENSEIG. SUPÉRI.	ENSEIG. NON SUPÉRI.
p) Trouver le volume d'une pyramide dont la base mesure 16 cm ² et la hauteur 12 cm.		
p) Calculer un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle sachant que l'autre mesure 5 unités et l'hypoténuse 7 unités.		
q) Énoncer et démontrer le théorème de Pythagore.		
r) Trouver la dérivée de la fonction $y = 3x^2 - 5x$		
s) Maximum et minimum de $y = x^2 - 12x + 5$		
t) Période de $Y = 2.6 \sin \frac{\pi t}{60}$		
u) Étant donné deux vecteurs non nuls AB et CD 1 ^o trouver $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ 2 ^o trouver le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$		
v) À partir de l'associativité, de la commutativité, de la distributivité, des lois de simplification et des propriétés de 1 et de 0, prouvez que, dans l'ensemble des nombres réels positifs et négatifs : $(-x)(-y) = xy$		
w) Prouver que si une droite est perpendiculaire à deux droites concourantes, elle est perpendiculaire au plan de ces droites.		
x) Équation de la droite passant par les points A(2,2) et B(4,5)		
y) Calculer les racines de $3x^2 - 7x - 6 = 0$		
z) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 3 « faces » en jetant 5 pièces de monnaie.		
aa) Résoudre l'inéquation $3x + 2 > 8$		
bb) Résoudre le système $y > \frac{1}{2}x - 1$ $y < 3 + \frac{1}{3}x$ $x \geq 0$		

B. MATHÉMATIQUES (suite)

	ANNÉE SCOLAIRE	
	ENSEIG. SCIENT.	ENSEIG. NON SCIENT.
ce) Dessiner le graphique de $y = x - 2 $ pour l'intervalle $-5 \leq x \leq 5$. ($ x $ indique la valeur absolue de x)		
de) Trouver le plus grand commun diviseur de 42 et 5616.		
ee) Dans le cas d'une distribution normale, la moyenne et l'écart quadratique étant donnés, quelle est la probabilité, dans un échantillon de dix événements, d'en trouver au moins deux ayant un écart au moins égal à 2.		

C. MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES. CERTAINES BRANCHES DES MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES, QUI SONT NORMALEMENT CONSIDÉRÉES COMME FAISANT PARTIE DES ÉTUDES UNIVERSITAIRES, PEUVENT FIGURER AU PROGRAMME DES ÉCOLES SECONDAIRES. INDICER CI-DESSOUS SI LES MATIÈRES SUIVANTES SONT ENSEIGNÉES DANS LES ÉCOLES SECONDAIRES, ET LE CAS ÉCHÉANT, AU COURS DE QUELLE ANNÉE SCOLAIRE ET JUSQU'OL VONT LES ÉTUDES EN QUESTION.

SECTION	ANNÉE SCOLAIRE	JUSQU'OL VONT LES ÉTUDES
1. Définition des nombres complexes comme couples ordonnés de nombres réels.		
2. Règle de Cramer pour les déterminants d'ordre $n \leq 4$.		
3. Théorie des groupes.		
4. Théorie des ensembles : union, intersection, complémentation.		
5. Inférence statistique et théorie des Probabilités.		
6. Géométrie projective.		
7. Géométries non-euclidiennes.		
8. Cosmographie (y compris la Trigonométrie sphérique).		
9. Géométrie descriptive.		
10. Autres sujets (les énumérer).		

10. Dans la plupart des pays, il existe certains examens officiels qui répondent aux buts suivants :

- a) Admission à l'enseignement secondaire ;
- b) Sélection au cours des études secondaires ;
- c) Fin des études secondaires ;
- d) Entrée à l'Université.

RÉPONDRE AUX QUESTIONS SUIVANTES EN CE QUI CONCERNE LES MATHÉ-
MATIQUES FIGURANT AU PROGRAMME DE CES EXAMENS :

ORDRE DE L'EXAMEN selon les distinctions ci-dessus	ANNÉE SCOLAIRE	QUESTION OU SUJETS DE MATHÉMATIQUES SUR LESQUELS PORTER L'EXAMEN	AGE MOYEN DES CANDI- DATS	INFLUENCE PRÉSENTANT A L'EXAMEN (exprimée en %) du nombre total des cônes en âge de subir les épreuves)	POURCENTAGE DES CANDI- DATS RÉUS

ANEXO 2

REFERÊNCIA

Resposta ao
ofício nº 2448

ASSUNTO

REPÚBLICA PORTUGUESA
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL
DIRECÇÃO-GERAL DO ENSINO LICEAL
Secção Pedagógica

L.º 45... N.º 6123/63

de 1/16

Exm.ª Senhor Reitor do Liceu D. Manuel II

P O R T O

Para os devidos efeitos, transcrevo a V.Ex.ª o despacho que S.Ex.ª o Ministro exarou sobre o ofício nº. 2448, de 18 de Junho findo, da Comissão Técnica de Cooperação Económica Externa, acerca da renovação do ensino da matemática:

"Nesta mesma data constitui uma comissão formada pelo Doutor Sebastião e Silva, professor da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, e pelos licenciados Jaime Furtado Leote; Manuel Augusto da Silva e António Augusto Lopes, professores autodólogos respectivamente dos Liceus de Pedro Nunes, de D. João III e de D. Manuel II, para estudarem a actualização dos programas de matemática do ensino liceal. Ao último dos referidos professores já foi concedida uma bolsa para uma reunião a realizar próximamente em França para discussão desta ordem de assuntos. Designo por isso os três restantes membros da referida comissão para representarem o País na reunião de Atenas promovida pelo O.C.E.S. Deverão eles oportunamente apresentar relatório ou relatórios circunstanciados sobre os trabalhos da reunião, acompanhados da documentação pertinente. 4.7.963".

Junto envio a V.Ex.ª um exemplar do despacho de constituição da Comissão atrás referida que se destina ao professor autodólogo.

A bem da Nação

Direcção-Geral do Ensino Liceal, em 12 de Julho de 1963.

O DIRECTOR-GERAL

h. h. h.

MINUTA

CÓPIA

NOTA — Na resposta, indicar livro e número desta ofício



9284

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL

INSTITUTO DE ALTA CULTURA

*Recebido e
integrado
em
29/10/64*

O Lic. António Augusto Lopes, professor efectivo das liceus, em comissão
de serviço no Liceu de D. Manuel II, no Porto,
declara que aceita a bolsa de estudo fora do País concedida por este
Instituto para estudar assuntos relativos à didáctica da matemática no mesmo es-
cadário e actualização em matemática elementar no Centro Internacional de Estudos
Pedagógicos em Gêova e em liceus frequentes a belgas,

com as seguintes obrigações:

1. Enviar trimestralmente ao I. A. C. um pequeno relatório dos seus trabalhos ou estudos.
 - a) A falta deste relatório implica a suspensão das mensalidades até ao seu envio ou justificação da demora.
 - b) O relatório referente ao último período de três meses será substituído por um relatório geral apresentado no prazo de sessenta dias a contar do termo da bolsa.
2. Não modificar o plano de trabalhos sem autorização do I. A. C., devendo justificar pormenorizadamente qualquer pedido de modificação desse plano.
3. Inscrever-se, dentro dos prazos legais, no consúlio de Portugal mais próximo da sede da sua residência.
 - a) Mensalmente será enviado pelo bolseiro à Secretaria do I. A. C. documento comprovativo de residência, autenticado por visto consular ou, nas localidades em que não haja representação consular portuguesa, pela autoridade académica junto da qual faça o seu estágio.
4. Não se descurar da localidade do estágio sem ter autorização por escrito do I. A. C., mesmo durante os períodos de férias.
5. Não cursar ou prosseguir estudos regulares fora da especialidade sem consentimento da Direcção do I. A. C.
6. Não aceitar o desempenho de qualquer função, enquanto bolseiro, sem prévia autorização do I. A. C.
7. Não recusar funções públicas remuneradas do Estado português dentro da sua especialidade durante o período de cinco anos contado a partir do termo da sua bolsa.
8. Aceitar em qualquer circunstância a jurisdição do I. A. C., comprometendo-se a seguir as suas directrizes e a regressar ao País logo que pela Secretaria lhe seja notificado o termo do seu estágio ou a necessidade de eventual suspensão.
9. Confiar-se com a situação que venha a ser-lhe criada após o regresso definitivo ao País, na certeza de que a qualidade de bolseiro lhe não dá especiais direitos nem acarreta para o I. A. C. obrigações de colocação ou de patrocínio material de qualquer natureza.

Nestas condições a direcção do I. A. C. concede uma bolsa de estudo fora do País,durante 2 anos, a partir de 15 de corrente, com o quantitativo global de17 900\$00.

verificada do subsídio para a concessão da mesma bolsa de estudo. § 1.º nos
termos da alínea a) do art.º 2.º do Decreto-Lei n.º 38.880, de 17 de Março de 1952 e do art.º 31.º
do mesmo Decreto-Lei.

A não observância de qualquer das condições e obrigações que o bolseiro declarou conhecer é considerada culpa grave e, portanto, justifica a sanção estabelecida no art.º 19.º do Decreto-Lei n.º 19.552.

Lisboa, 23 de Setembro de 1964

O DIRETOR
António Augusto Lopes
(assinatura e rubrica do Director)

ANEXO 3

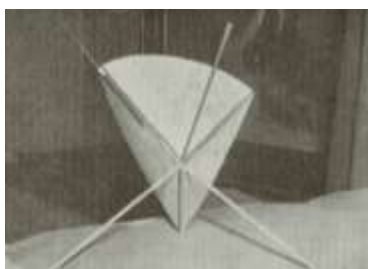


Figura 1 –

- a) e b) Apresentação de material didático para a construção de uma parábola;
- c) Modelos de triedos em metal e cartolina;
- d) Material suíço – discos de cálculo e máquinas de calcular.

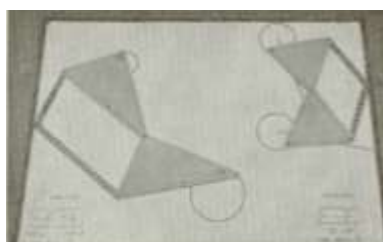
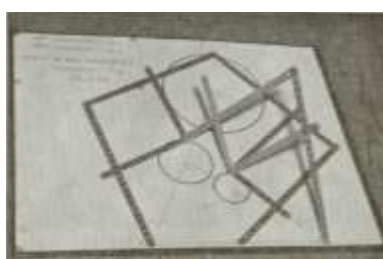


Figura 2 –

- a) Sistema articulado realizando uma transformação geométrica;
- b) Homotetia;
- c) Pantógrafo construído por elementos de mecano para realizar transformações por homotetia;
- d) Sistemas articulados que realizam semelhanças e rotações.

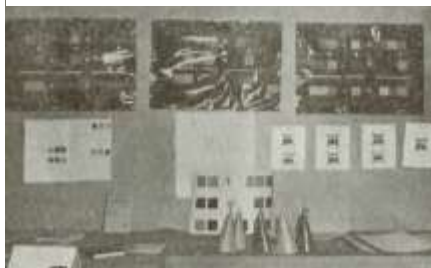


Figura 3 –

- a) Manejo de máquinas;
- b) Geoespaço construído em plástico para ilustrar propriedades e figuras no espaço
- c) Material apresentado pelo professor Galli do Uruguai;
- d) Geoespaço construído em metal para ilustrar propriedades e figuras no espaço

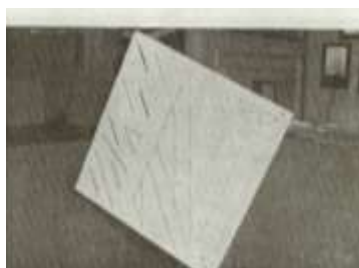
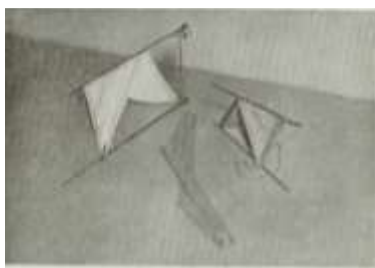


Figura 4 –

- a) Modelo austríaco de Geoplano;
- b) Professor Gattegno apresentando o seu modelo de Geoplano;
- c) Modelos em cartolina, tela, varetas e cordas para o estudo dos ângulos.
- d) Figuras geométricas no Geoplano do professor Gattegno.

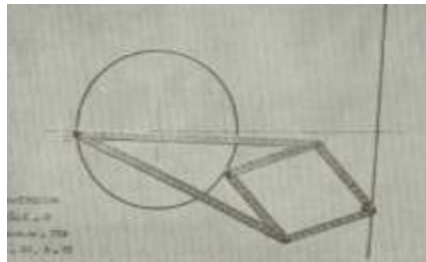


Figura 5 –

- a) Várias fotografias do professor Campedelli sobre curvas e superfícies;
- b) Material apresentado pelo professor Biguenet de França;
- c) Detalhe do geoespaço de Pescara;
- d) Inversor de Paucellier construído com peças de mecano.

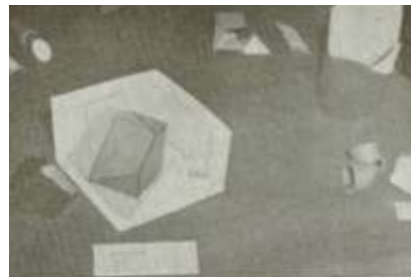


Figura 6 –

- a) Poliedros regulares construídos em cartolina, plástico e madeira;
- b) Secção plana de um cubo e as suas projecções (material plástico);
- c) Modelos vários do professor Pesket;
- d) Material didáctico apresentado pelo professor inglês Pesket.

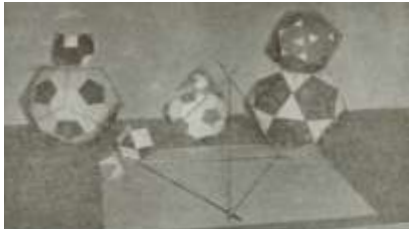


Figura 7 –

- a) Poliedros regulares e semiregulares em plástico e cartolina;**
- b) Professor Gattegno explica o funcionamento do material de cuisenaire;**
- c) Material de Cuisenaire;**
- d) Professor Servais apresentando o material belga.**

ANEXO 4

Ensino da Matemática

no

Curso Liceal



1.º CURSO DE FÉRIAS
PARA PROFESSORES



23 DE SETEMBRO — 10 DE OUTUBRO
1 9 6 3



Organização

COLÉGIO ALMEIDA GARRETT
COLÉGIO DE JOÃO DE DEUS



P O R T O

I. Objectivo do Curso

1. Sentido em que deve processar-se a actualização científica dos Professores de Matemática de Ensino Liceal.
2. Sentido em que deve processar-se a actualização didáctica dos Professores, em ordem ao movimento renovador actual:
 - a) Métodos preconizados na Recomendação no 43 da Conferência Internacional da Instrução Pública (9.ª Sessão — Julho de 1956);
 - b) Métodos constantes das sugestões da O. E. C. E. (agora O. C. D. E.);
 - c) Métodos preconizados no Colóquio Internacional de Budapeste (1962).



Sessões de trabalho: de manhã e de tarde.



Sessões — conferência: na abertura e no encerramento.

II. Plano do Curso

Aberto aos Professores de Matemática dos Liceus, Colégios e Escolas Técnicas o Curso constará das partes seguintes:

1.ª Parte:

1. Introdução à Lógica Matemática e à Álgebra dos Conjuntos.
2. Relações e aplicações.
3. Generalidades sobre as estruturas algébricas fundamentais.

2.ª Parte: — aplicação didáctica da 1.ª parte, no quadro dos programas actuais:

1. Planos de lição, para os três ciclos dos liceus.
2. Didáctica geral: trabalho de equipa; modelos; meios audio-visuais (diapositivos, filmes, livros, revistas e jornais).

3.ª Parte:

Lições a alunos (dos três ciclos dos liceus).

O Curso será ilustrado com uma exposição de livros e material didáctico.



Está previsto que os Senhores Professores inscritos no Curso sejam dispensados das aulas de 1 a 10 de Outubro.

ANEXO 5

TRABALHO DE D. MANUEL II
=====

6º, GRUPO

Exposição de trabalhos

e material didático - realização dos alunos
das turmas

1ª. A ; 2ª. A

4ª. A ; 6ª. A

e dos professores estagiários

Maria Clara M. Pacheco

João Loureiro de Amorim

Macedonaldo Gomes

Sebastião do Carmo Estrocinio

JUNHO - 1968
=====

I. Três passos, na tarefa de aprender

1. Observar;
2. Experimentar;
3. Refletir e concluir.

"O que não experimentares, não
ouides, que o sabes bem"

- 35 de Miranda.-

partida é preparar a estrada que levará, no 3º. ciclo, ao uso progressivo do método axiomático, como instrumento de investigação científica.

III. Para fomentar uma pedagogia activa, há que definir as seguintes etapas da aprendizagem:

1. Aquisição das estruturas matemáticas fundamentais;
2. Tomada de consciência das propriedades relacionais dessas estruturas;
3. Expressão de tais propriedades por diferentes meios (esquemas, linguagem ordinária, notações simbólicas, etc.);
4. Reconhecer e estabelecer ligações lógicas entre as "relações";
5. Organização deductiva das estruturas;
6. Resolução generalizada de problemas;
7. Utilização das estruturas nas aplicações, como modelos matemáticos de situações concretas;
8. Exercitar a imaginação criadora.

(Adaptação das conclusões do Symposium de Budapeste).

- A EXPOSIÇÃO -

I. OBJECTIVO

Sem pretensões... é apenas um sinal de atenção.

Como as características fundamentais da chamada Matemática moderna

- elevado grau de abstracção;
 - apoio na teoria dos conjuntos;
 - polivalência das teorias axiomatizadas
- têm implicações de ordem pedagógica - de importância crescente, ao longo do curso liceal - tenta-se pôr em evidência algumas delas, segundo as normas contidas na Recomendação nº . 43 da Conferência Internacional de Instrução Pública e sugestões aconselhadas pela O.E.C.D. (agora C.O.D.E.).

Daqui nasceu o

II. PLANO DA EXPOSIÇÃO

1. Num quadro dá-se conta das características fundamentais da matemática moderna;
2. Um outro quadro chama a atenção para a primeira das características - a abstracção - e desdobra um sector em que se mostra:
 - a) a Matemática tem origem ligada à vida real e inegável papel na nossa acção sobre ela; exemplos pelos variados;
 - b) como partir do concreto para chegar ao abstracto, com base na experiência diária das coisas.

- c) como fazer adquirir ao aluno a experiência dos seres matemáticos e das suas relações - ponto de partida para o raciocínio dedutivo - com apresentação do material utilizado nas aulas.
- d) A coordenação da Matemática com as disciplinas do curriculum escolar (disciplinas que se destacam num quadro próprio), através de exemplos específicos para cada uma delas.
- 3. Um outro sector é ocupado por modelos concretos e auxiliares audio-visuais, utilizados frequentemente nas aulas (gráficos, esquemas, modelos de sólidos, geoplanos, material manipulável, filmes, diapositivos, máquinas de projecção, gravador, etc.).
- 4. Quanto à segunda das características apontadas - TEORIA DOS CONJUNTOS, como ponto de partida - indica-se como se tem feito a sua introdução progressiva, a partir do 1º. ciclo.
- 5. Sistematização e síntese do conhecimento são referidas em quadros conhecidos para esse efeito.
- 6. A fechar a exposição, dá-se conta do plano de trabalho com vista à preparação pedagógica e psicológica dos professores.

O professor consciente e sabedor é o
que mais aprende com os seus alunos...
É a aprender que se ensina.
O professor que não aprende com os alunos é, por certo, um sábio, mas ignora
to da matéria viva da sua profissão.
Viva a escola!

+++++

ANEXO 6



NR. 1772

Exm^a. Senhor

Dr. António Augusto Lopes

Professor do liceu Manuel D. Manuel II

F O R M A

Como já deve ser do conhecimento de V. Ex^a, o Senhor Subsecretário de Estado, por despacho de 13 de Agosto designou-o para substituir o Dr. Manuel Augusto de Silva na reunião sobre a reforma do ensino de Matemática, que terá lugar em Atenas na próxima noite de Novembro.

Em conseqüência dessa nomeação, remeto a V. Ex^a. a seguinte documentação respeitante ao assunto em questão.

Atenciosos cumprimentos.

A bem da Nação
Ministério da Educação Nacional, 24 de Outubro de 1963
O Chefe do Gabinete

P. Salvão Telles



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL
INSTITUTO DE ALTA CULTURA

TEL. 2 45 08-08-09 45

Excm^o. Senhor Lic^o. Antônio Augusto Lopes
Professor Metodólogo do Liceu Normal de
D. Manuel II

P O R T O

Su. Levençias	Su. Com. deç. 200	Nú. de Levençias	Data d. Decisão Real. d. LISBOA
		3 - 4389	
ASSUNTO: Missão oficial fora do País.		4 - 9264	4.10.1963
		65/4032	

Comunico a V. Ex^{ta}. que a Direcção deste Instituto resolveu conceder-lhe missão oficial fora do País, durante dez dias a contar de 16 de Novembro próximo, a fim de tomar parte numa reunião sobre a reforma do ensino da Matemática, que se realiza em Atenas, promovida pela O. C. D. E. (Organização de Cooperação e Desenvolvimento Económico).

Para as despesas de viagem e estadia, a Direcção resolveu conceder-lhe o subsídio global de 12 800\$00.

Rogo, pois, a V. Ex^{ta}. o obséquio de enviar a esta Secretaria dois retratos seus e o bilhete de identidade, a fim de ser requisitado o necessário passaporte para se susentar do País.

Informo ainda que o Senhor Doutor José Sebastião e Silva, professor catedrático da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, o Lic^o. Jaime Furtado Leite, professor metodólogo do Liceu Normal de Pedro Nunes, em Lisboa, e V. Ex^{ta}. constituem a delegação portuguesa à referida reunião.

Aproveito a oportunidade para apresentar a V. Ex^{ta}. os meus cumprimentos.

A bem da Nação

O Secretário,

(A. da Gedeira-Gouveia)

FR/AL.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL
INSTITUTO DE ALTA CULTURA

PAQUETE 245-08-ESTADO 143

EXC^{ma}. Senhor Eng^o. Antônio Augusto
Lopes
Professor no Instituto de Ensino Normal
de D. Manoel II
PORTO

Seu endereço:	Seu endereço:	Seus referências:	Para o Diretor: Rm. 14-155016-2
		304/55 33/4000	11.11.1955
ASSUNTO:	Missão oficial fora do país.		

Reportando-me ao meu ofício 65/2032, de 4 de outubro último, ao qual V. Exa. não se dignou responder, e atendendo a um recente telefonema da Direção geral do Ensino Normal, junto envio uma documentação comprovativa de estar V. Exa. autorizado a substituir-se para o estrangeiro, visto não possuir para o efeito um passaporte oficial.

Aproveito a oportunidade para apresentar a V. Exa. os meus cumprimentos.

A par, em anexo

O Secretário

(Assinatura)
(A. de Medeiros-Gouvêa)

W.C./mz.

REPÚBLICA PORTUGUESA
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL
VARIANTE DO MINISTÉRIO

N.º 1921

SECRETARIA

Ex.ª. Senhor

Dr. António Augusto Lopes

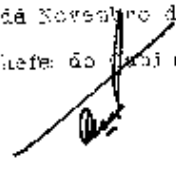
Professor do Liceu Normal D. Manuel II

P.O. R.T.U.

Em sequência do ofício desta Direção n.º 1772 de 21 de Outubro findo, e a pedido da Comissão Técnica de Cooperação Económica Externa, tenho a honra de remeter a V. Ex.ª. cópia da carta DAS/ST/51/2482 e documentos anexos respeitantes a situação da Matemática sobre a reforma do ensino da Matemática.

Atenciosos cumprimentos.

A ver da Secção
Ministério da Educação Nacional, 18 de Novembro de 1966
O Chefe do Gabinete


F. Celso Teles

ANEXO 7

Exm^a. Senhor
Secretário do Instituto da Alta Cultura
Praça do Príncipe Real, 11

V I S A O A - 2

Como é do conhecimento de V.Exa., de 13 a 15 de corrente, deslocar-me-ei, em missão de serviço oficial, a Atenas, integrada na delegação portuguesa à "reunião de trabalho sobre os novos métodos de ensino da matemática" promovida pelo Organização de Cooperação e Desenvolvimento Económico (O.C.D.E.).

Penso que seria útil aproveitar a minha passagem por Roma para, na regresso de Atenas, tomar contacto com os ilustres daquela cidade e especialmente com a actividade da Professora Emma Cantellano, com o objectivo específico de colher elementos que interessam aos serviços de estágio no Liceu D. Manuel II - cujo Reitor se dignou dar o melhor acolhimento a esta minha sugestão.

Nestas condições, tendo em conta que o Instituto da Alta Cultura me concedeu um subsídio para ir à França e a Régica estudar problemas de didáctica da matemática e especialização em Algebra Moderna, venho solicitar de V.Exa. autorização para utilizar uma parte do referido subsídio na minha estadia em Roma. Devo licençar para informar V.Exa. de que, nesta data, regresso a Sua M^a. o Ministro da Educação Nacional autorização para efectivar tal estadia, por período de tempo não superior a uma semana.

Apresento a V.Exa. os meus cumprimentos.

Porto, 5 de Novembro de 1961.

ANEXO 8

-- Roma --

Chegada 24 -- 12 h, 30^m

1. Visita

25:

- a) Centro Português de Informação
(P.D.R. Bat. Reis)
- b) Embaixada
- c) Almoço
- d) Visita
- e) Emma Castelnuovo

26:

- a) Prof. Leo Magnifico
 - 1. Sala e biblioteca de livros
 - 2. Prep de professores
 - 3. Diretores, Inspectores
 - b) Visita ao Centro Studi Mariani
- Administ. (prof) / Telecom (prof)

27. a) Lição Mrs. Castelnuovo

28- Centro...

1945-1946
 1947-1948
 1949-1950
 1951-1952

Escola Primária
 6 anos 14 (5 anos)

Escola Média
 11 anos 14 (5 anos)

Com opção Latim ou Grego
 ou

Licença (5 anos)

- a) Clássica
 - b) Científica
 - c) Artística
- } Tradicional

ou Matemática

Mas há escolas ex. prof. ex. prof. - H. e. curar
 que os prof. são convidados a freq. durante
 1 mês a 1,5 meses, algumas vezes
 em aparelho de rádio e ensino universitário
 Os prof. antigos de liceus podem ser
 prof. em geral média ou em liceu, optando
 - em consequência do recrutamento

Prof. solteiros sem filhos	80.000 liras	Retir
70.000	75.000	
60.000	2.200.000	300.000

Porto, 26 de Janeiro de 1964

Ex.ª Sr. Senhor
Secretário do Instituto de Alta Cultura

Mistos

Apresento a V.Ex.ª os meus agradecimentos por ter adiado a recepção do "relatório" que, com a minha carta de 6 de corrente, enviei ao I.A.C., sobre a minha missão a Roma.

Na carta em referência, eu solicitei a V.Ex.ª o favor de mandar informar-me sobre o quantitativo (parte da bolsa de estudo anteriormente concedida) que me houvera sido atribuído para utilizar em Roma, nos termos do ofício de 11.11.1963 (ref.ª 4-3484, 53-4664) e sobre a maneira de o receber. Dado que, até esta data, nenhuma informação recebi, solicito da V.Ex.ª o favor de mandar esclarecer-me, como houver por conveniente, e para poder solver compromissos assumidos.

Respeitosamente, apresento a V.Ex.ª os meus cumprimentos,

De V.Ex.ª Até e Mto grato

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL

Instituto de Alta Cultura

Relatório do Engº, António Augusto Lopes - professor metodólogo do 9º. Grupo do Ensino Normal
D. Manuel II, sobre as visitas que fez aos Liceus de Roma.

P O R T O - 1 9 3 3

Os meus agradecimentos ao Instituto de Alta Cultura - por ter possibilitado a minha permanência em Roma, no regresso da "Sessão Internacional de Trabalho, sobre os novos métodos de ensino da Matemática", realizada em Atenas, no mês de Novembro de 1963.

A autorização para a minha permanência em Roma - no regresso de Atenas - foi concedida :

a) pelo Instituto de Alta Cultura, concedendo-se, para o efeito, uma parte da bolsa de estudo - que já me concedera, para estudar problemas de didáctica da matemática;

b) por Sua Exa. o Ministro da Educação Nacional ao permitir a minha ausência pelo período de tempo de uma semana.

II

Saí de Atenas para Roma, no dia 24 de Novembro, pelas 11 horas, no voo 941 da IWA, acompanhado pelo meu colega, Jaime Leite, do Liceu Normal de Castro Verde.

III

Ainda na tarde do dia 24, entrámos em contacto com a professora Rosa Castelnuovo, com quem muito nos interessámos trocar impressões.

Em Atenas, tínhamos obtido o seu endereço - por intermédio do professor Viola, que fazia parte da delegação italiana à reunião da O.C.D.E. - e não houve, por isso, qualquer dificuldade para realizarmos o nosso propósito.

IV

No dia 26, 2.ª feira, procurámos fazer as primeiras visitas aos liceus de Atenas. Surgiram as primeiras dificuldades, por não termos qualquer apresentação abonatória.

Depois de algumas diligências, resultaram de 2.ª mão, através de Portugal em Atenas, duas recomendações por sua parte o Embaixador, Venero Dr. Antônio Pinto de Sousa - a quem excomungamos o "nosso problema".

Conhecedor das nossas dificuldades, depois de uma breve troca de impressões, quis Sua Ex.ª ter a amabilidade de nos pôr em contacto com o prof. Leo Magnifico - que eu houvera conhecido na Universidade de Coimbra, quando ali foi Director do "Istituto Italiano".

V

Dirigimo-nos, então, ao prof. Leo Magnifico, no CINEPO DIABATTIO BACCINAJA (Via Quindubaldo del cento n.º 54 - 5.ª, Roma)

de que recebemos os elementos seguintes:

- a) estrutura da "scuola média unificata", em funcionamento desde 1 de Outubro de 1963 e suas implicações gerais no quadro da educação da juventude italiana;
- b) estrutura anterior, comportando a "Scuola avviamento" a "Scuola média" e a "Scuola distruzione artistica", três ramos nascidos na "Scuola discontata";
- c) dados estatísticos relativos à distribuição do "gran de analfabetismo" na Itália;
- d) exemplares de três números dos "Quotidiani di sociologia dell'educazione" publicados pelo "Archivio didattico";
- e) um exemplar do número especial do boletim do Centro Ricerche Nazionali e Instituto "L'unificazione delle Scuole medie";
- f) Dois cartas de apresentação, para podermos visitar dois estabelecimentos de ensino secundário - aqueles que, ao dizer do Prof. Magnifico mais podiam interessar-nos.

VI

A primeira das cartas do Prof. Leo Magnifico permitiu a nossa visita ao Centro Ricerche "Antonio Manili" - Istituto Superiore Internazionale per gli Studi Sociali Amministrativi e dell'organizzazione, estabelecimento de ensino particular, onde funcionam os três tipos de lição de ensino (de 15 horas

1. Liceu científico
2. Liceu clássico
3. Liceu artístico.

Depois de recebidos pelo respectivo director, Prof. Gino Vanieri, visitámos todo o estabelecimento e, particularmente, as salas de aula de cada um daqueles tipos de liceu.

Por ser esse o nosso maior interesse, solicitámos autorização para assistir a algumas aulas. Tivemos 11 horas e mais. Assistimos, então, à aula dada a uma classe mista. A matéria da lição - "equações trigonométricas" - é incluída nos nossos programas do 7.º ano.

No fim da aula, trocámos impressões com os alunos e com o professor.

O Centro Studi "Antonio Vanieri, - via Paléria, 21 - tem também alunos da "escola média única".

Depois de apresentarmos os nossos agradecimentos ao Prof. Gino Vanieri despedimo-nos.

À noite, das 20 às 24 horas, tivemos larga troca de impressões com a Prof.ª Emma Castelnuovo, pessoa de elevados méritos profissionais, com nome feito - mesmo no campo internacional.

Recebera da professora Emma Castelnuovo um bom acolhimento - o que nos permitiu tomar melhor conhecimento das condições em que se encontra a ensino secundário italiano, no respeitante em particular às instalações, material didáctico e pessoal docente.

Combinamos também a assistência a uma das nossas aulas,
na Escola Média Tasso.

VII

Os estabelecimentos de ensino que nos interessavam em
Roma só funcionam da parte da manhã - e nenhum podíamos visitar no
dia 26.

Utilizámo-nos parte deste dia para visitas de carácter cul-
tural. Colhemos elementos que não-de servir-nos para fazer palestras
aos alunos.

VIII

Comparecemos na Escola Média Tasso - Via Leonis, 8 - às
10 horas do dia 27.

Assistimos, a partir das 10 horas e meia, a uma aula da
Prof.^a Emma Destelnuovo - a que nos foi muito agradável.

Depois da aula, recebemos da professora Emma Destel-
nuovo esclarecimentos sobre o material didáctico em uso na sua
escola - incluindo modelos de que ela é autora.

IX

No dia 28 - utilizando a segunda carta do Prof. Leo
Vaghi - visitámos o Istituto Tecnico per Costrutti "Leon
Battista Alberti" - Viale Civiltà del lavoro, 4 - e o Centro Nazio-
nale Didattico de la Scuola Secondaria, no mesmo local.

Falei dizer-lhe que foi inútil esta nova visita - por as actividades docentes destes estabelecimentos serem totalmente estranhas aos nossos propósitos. Na verdade, recebemos a informação de que um Centro Educativo correspondente ao nosso só o encontráramos em Pólois.

X

Síntese:

De que nos foi dado observar pode concluir-se:

1.ª) Os grandes problemas com que se debate o ensino secundário na Itália não análogos aos nossos - mas muitíssimo mais agudos e presentes no respeitante a instalações e material didáctico - pelo menos;

2.ª) A qualidade das aulas a que nos foi dado assistir deixa prever que os Professores portugueses podem andar caminho seguro e certo - na recepção de cooperação, não obstante as nossas inevitáveis deficiências.

3.ª) Compete aos liceus normais promover a formação de novos Professores - que serão cada vez mais aptos e eficientes, se desenvolvermos certas práticas docentes já iniciadas e promovidas o uso de aulas.

XI

Sempre exerei aqui o meu muito reconhecimento a Sua Ex.ª o Embaixador de Portugal em Roma - pelas facilidades que nos conseguiu e pela sua extrema gentileza ao convidar-nos para sua própria casa, onde nos recebeu na tarde de dia 26.

Porto, Janeiro de 1966

o Professor,

ANEXO 9

Porto, 10 de Janeiro de 1964

Exm^a Senhor
Secretário do Instituto de Alta Cultura

Lisboa

Embora não saiba se isso pode, em verdade, interessar aos serviços do I.A.C., peço licença para prestar a V.Ex^a as informações seguintes, em relação com a parte final do relatório que enviei a V.Ex^a sobre a Sessão Internacional de Trabalho sobre os novos métodos de ensino de Matemática, promovida em Atenas pelo O.C.D.E.:

- a) em 23 do corrente, à noite, realizei, no Cinema do Liceu Nerval D.Manuel II, uma "conferência" que me foi solicitada pela Liga Portuguesa de Proilexia Social, subordinada ao tema "reflexões sobre o ensino de Matemática, no plano da profilaxia social" ;
- b) em 25 do corrente, realizei no mesmo local uma "exposição" documental de todos os elementos de informação colhidos no decurso da reunião de Atenas. Incluí na exposição os documentos-base e as comunicações apresentadas pelas delegações dos países membros do O.C.D.E.

Anexo, envio, a respeito da conferência, um recorte de um dos jornais desta cidade.

Apresento a V.Ex^a as meus cumprimentos,
De V.M.^a Att^o e Grato,

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Professor António Lopes - aula da Telescola	30
Figura 2 - Modelo I - Geometria	50
Figura 3 - Modelo II – Geometria.....	50
Figura 4 - Máquina de calcular	53
Figura 5 - Máquinas de escala móvel	55
Figura 6 - Estilete	56
Figura 7 - Máquinas de multiplicar e dividir.....	56

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	IV
RESUMO	V
ABSTRACT	VII
CAPITULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 - OBJECTIVOS	6
1.2 - METODOLOGIAS	7
CAPITULO 2 - CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA	9
2.1 – BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE A HISTÓRIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	9
2.2 - A IMPLEMENTAÇÃO DO MOVIMENTO MATEMÁTICA MODERNA EM PORTUGAL.....	15
2.3 - O PENSAMENTO PEDAGÓGICO DO PROFESSOR SEBASTIÃO E SILVA.....	19
2.4 - NOVOS MÉTODOS/MATERIAIS DE ENSINO.....	24
CAPITULO 3 – ANTÓNIO LOPES E OS MATERIAIS.....	33
3.1 – A REUNIÃO DE MADRID DA CIEAEM EM 1957	33
3.2 – A INFLUÊNCIA DA REUNIÃO DE MADRID NAS PRÁTICAS DO PROFESSOR ANTÓNIO LOPES	38
3.3 – MODELOS E MATERIAIS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES NOS ANOS 60.....	44
3.4 – EMMA CASTELNUOVO E ANTÓNIO LOPES.....	46
CAPITULO 4 - UMA AULA DE OUTROS TEMPOS.....	49
4.1 - UMA AULA DE GEOMETRIA	49
4.2 - UMA AULA SOBRE CALCULADORAS (INICIAÇÃO ÀS MÁQUINAS DE CALCULAR).....	53
4.3 - MÁQUINAS DE SOMAR E SUBTRAIR.....	55
REFLEXÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	58
CRONOLOGIA DO PROFESSOR ANTÓNIO AUGUSTO LOPES.....	61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
FONTES	65
ÍNDICE DE FIGURAS	109
ÍNDICE	110